

Gravitációs lencsézés során keletkező képek nagyítása Hořava-Lifshitz gravitációelméletben

Horváth Zsolt, Gergely Árpád László

FIKUT 2014

University of Szeged



Hořava-Lifshitz elméletek

- térelméletek családja
- kitüntetett fóliázás
- Lorentz invariancia sérül
- gravitációelmélet
- alkalmazások

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \mathcal{S}_{EH} + \mathcal{S}_{LV} , \\ \mathcal{S}_{EH} &= \zeta^2 \int \sqrt{-g} N (K^{ij} K_{ij} - K^2 + R - g_0 \zeta^2) d^3 x dt , \\ \mathcal{S}_{LV} &= \zeta^2 \int \sqrt{-g} N (\xi K^2 - g_2 \zeta^{-2} R^2 - g_3 \zeta^{-2} R^{ij} R_{ij} - g_4 \zeta^{-4} R^3 - g_5 \zeta^{-4} R R^{ij} R_{ij} \\ &\quad - g_6 \zeta^{-4} R_j^i R_k^j R_i^k - g_7 \zeta^{-4} R \nabla^2 R - g_7 \zeta^{-4} \nabla_i R_{jk} \nabla^i R^{jk}) d^3 x dt . \end{aligned}$$

Kehagias-Sfetsos fekete lyuk

sztatikus, gömbszimmetrikus,
vákuum megoldás

$$-g_{tt}(r) = 1/g_{rr}(r) = 1 + \omega r^2 \left[1 - \left(1 + \frac{4m}{\omega r^3} \right)^{1/2} \right]$$

ω Hořava-Lifshitz paraméter [hossz⁻²]

$\omega \rightarrow \infty$ Schwarzschild határeset, $\omega \rightarrow 0$ sík

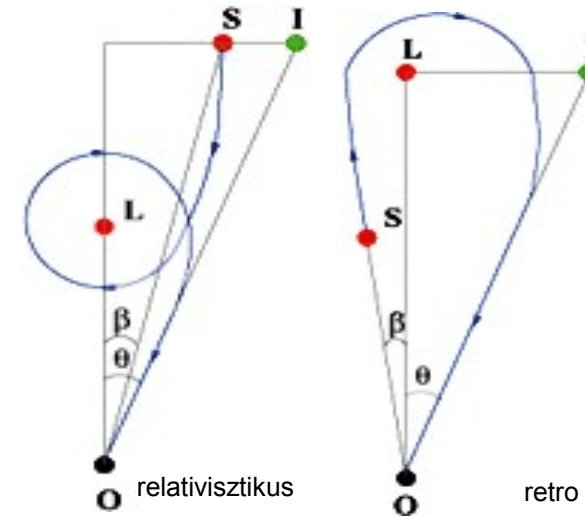
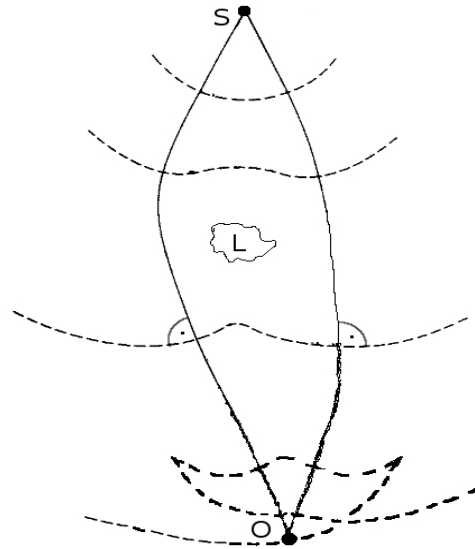
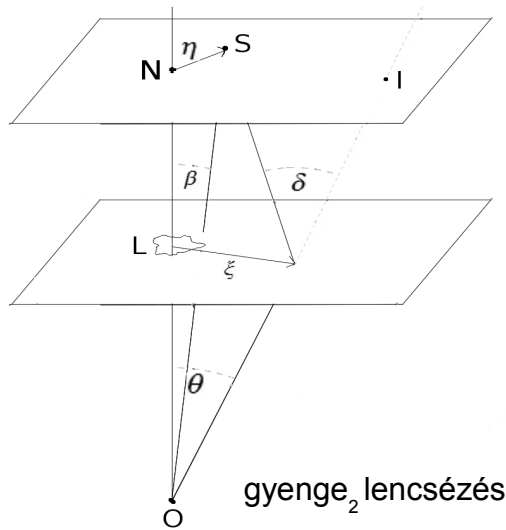
($\omega_0 = m^2 \omega$, $\bar{\lambda} = 1/\omega d^2$, $d = D_L D_S / D_{LS}$)

horizontok $r_{\pm} = m \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{2\omega_0}} \right)$ fekete lyuk, ha $\omega_0 > 0.5$

Gravitációs lencsézés

olyan megfigyelhető asztrofizikai jelenségek, amelyek a gravitációs fényelhajlás következményei

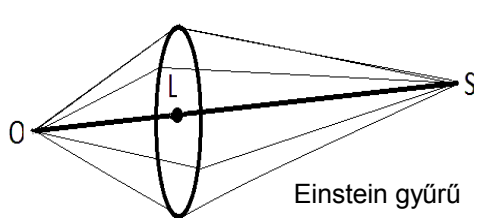
- többszörös képek keletkezése, a képek szögtávolsága
- forrás és kép alakja/orientációja eltérő
- forrás és kép fényessége és térszöge eltérő
- azonos időpontban kibocsátott fényjelek különböző időpontokban érnek a megfigyelőhöz



gyenge₁ lencsésés: galaxisok képének elliptikus torzulása
erős₁ lencsésés: többszörös képek

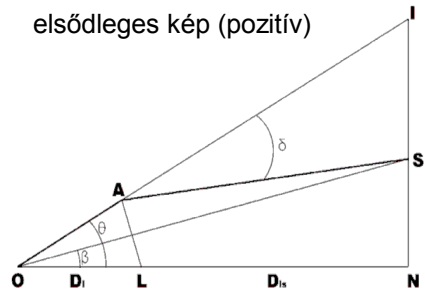
gyenge₂ lencsésés: az elhajlási szögre a kis szög közelítés érvényes
erős₂ lencsésés: az elhajlási szög közel van π egész többszöröséhez

Gömbszimmetrikus lencsék

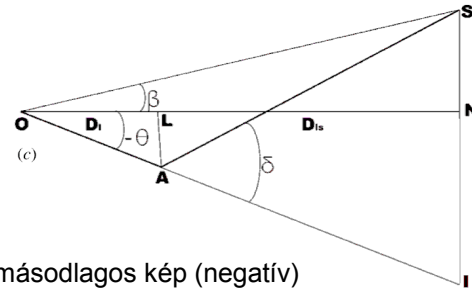


Einstein gyűrű

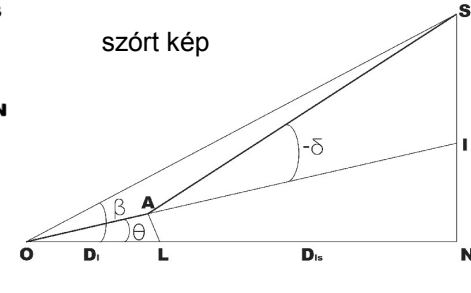
- síkban terjed a fény
- pontszerű S
- előjel megállapodások



elsődleges kép (pozitív)



másodlagos kép (negatív)



szórt kép

a fény elhalad M tömegű gömb alakú tömeg vagy tömegpont mellett

$$|\delta| = 4 \frac{G M}{c^2 |\xi|}$$

- az ÁRE szerint a fény null geodetikusokon terjed
- gyenge lencsézés elmélet: közelítő leírás, szakaszok és euklideszi trigonometria
- legyen a forrás és a megfigyelő gyenge térben
- lencse egyenletek

$$\theta - \beta - \frac{D_{LS}}{D_S} \delta(\theta) = 0$$

small angles i.e.

$$\tan |\theta| - \tan (s\beta) - \frac{D_{Ls}}{D_s} [\tan |\theta| + \tan (\delta - |\theta|)] = 0$$

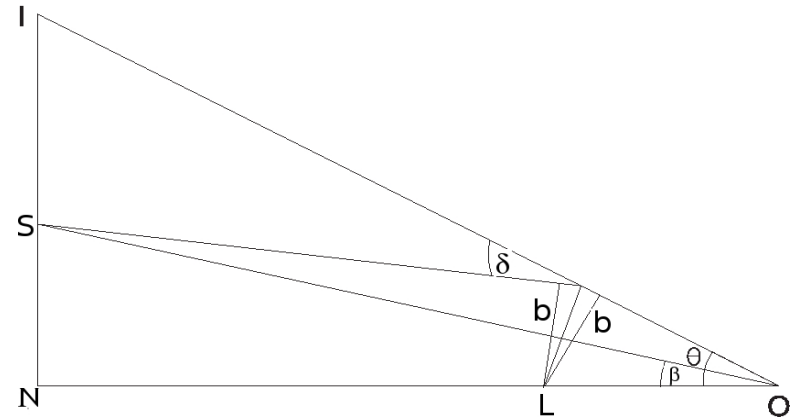
Virbhadra-Ellis i.e

Schwarzschild lencsésítés

pomtszerű lencse

$$\delta = 4 \frac{GM}{c^2 |\xi|} = 4 \frac{G}{c^2} \frac{M}{D_L |\theta|}$$

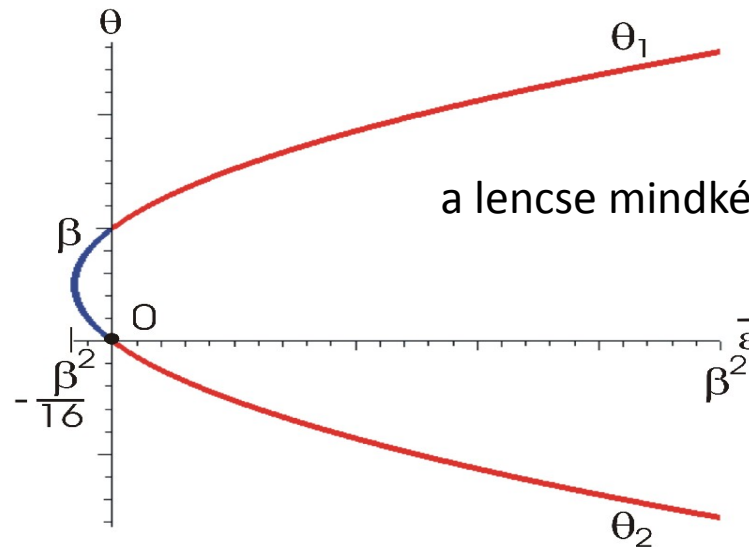
behelyettesítjük a kiszögű lencseegyenletbe



$$0 = \theta^2 - \beta\theta - 4 \frac{G}{c^2} M \frac{D_{LS}}{D_L D_S}$$

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}{2}$$

$$\theta_E^2 : = 4 \frac{G}{c^2} M \frac{D_{LS}}{D_L D_S}$$



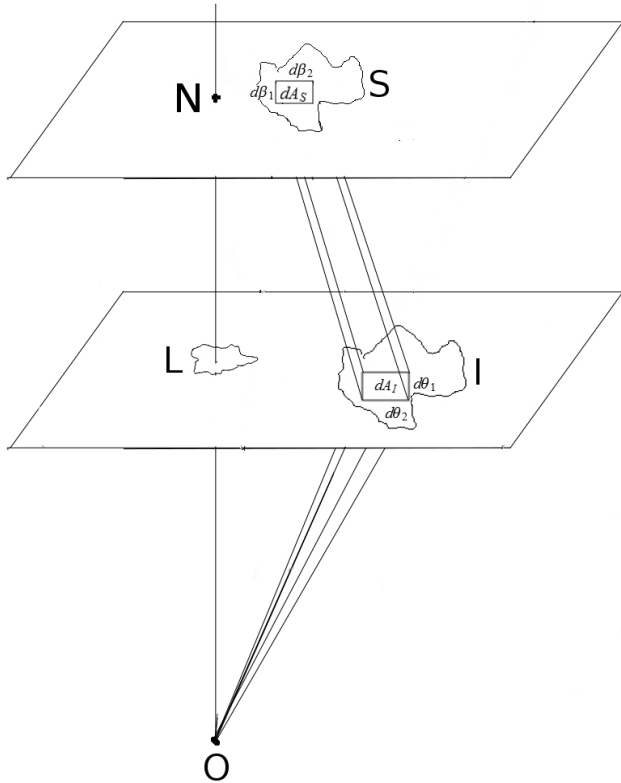
a lencse mindkét "oldalán" egy-egy kép

a.)

sztemerd viszonyítási alap ill. határeset

Képek nagyítása

lencseegyenlet egy $\eta(\xi)$ ill. $\beta(\theta)$ függvényt határoz meg, ami a lencse síkból a forrás síkra képez



$$A_{ij}(\theta_1, \theta_2) = \frac{\partial(\beta_1, \beta_2)}{\partial(\theta_1, \theta_2)}(\theta_1, \theta_2)$$

optikai leképezés Jacobi mátrixa
(alakváltozást is jellemzi)

térszögek aránya $\frac{d\omega_S}{d\omega_I} = \frac{dA_S/D_S^2}{dA_I/D_L^2} = \det A$

dA_I képelemhez tartozó nagyítás

$$\mu(\theta) := \frac{1}{\det A(\theta)}$$

Fényerősítés

A spektrumot a gravitációs és a kozmológiai vöröseltolódás eredője módosítja.

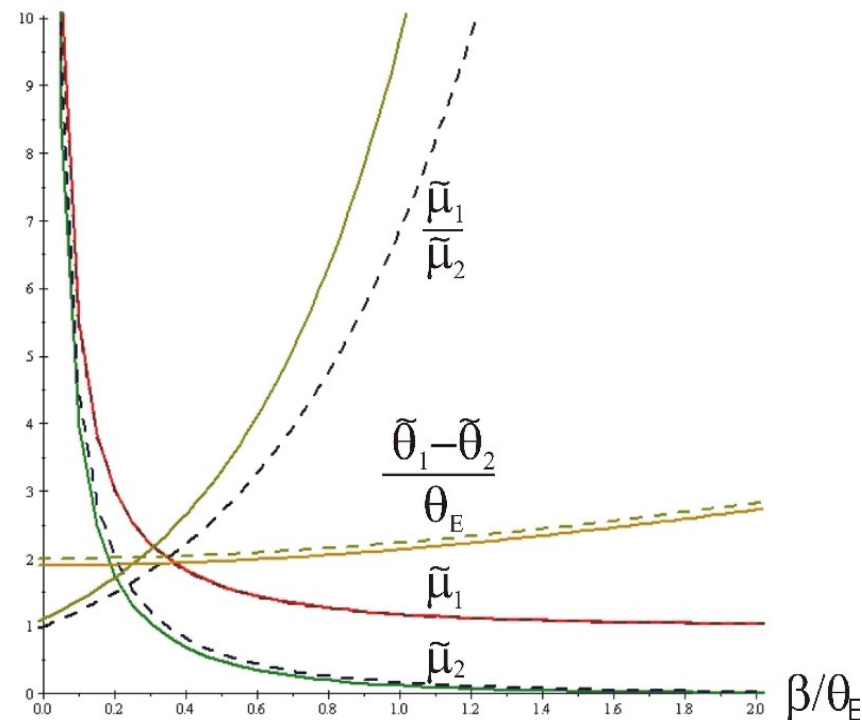
K az S pontból kibocsátott, O pontba érkező fotonok megfigyelt és kibocsátási frekvenciájának hányadosa. K különböző lehet különböző képekre, de egy adott képre állandó (frekvenciafüggetlen).

$$I^{kép}(\nu) = I^{forrás}(K\nu)$$

$$A(\nu) := \frac{I^{kép}d\omega_I}{I^{forrás}d\omega_S} = R(\nu)\mu$$

Gyenge lencsésítésben a vöröseltolódásban a gravitációs eltolódás dominál, a kozmológiai pedig elhanyagolható.

$$K \approx 1 \quad R(\nu) \approx 1 \quad \frac{I^{kép}d\omega_I}{I^{forrás}d\omega_S} \approx \mu$$



Schwarzschild lencsésítés

$$\mu_{\pm} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\beta} \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} + \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}} \pm 2 \right)$$

$$\mu_{\pm} \rightarrow \frac{\theta_E}{2\beta} \pm \frac{1}{2} + \frac{3\beta}{8\theta_E} + \mathcal{O}(\beta^2)$$

$$\frac{\mu_+}{\mu_-} \rightarrow 1 + \frac{2\beta}{\theta_E} + \frac{2\beta^2}{\theta_E^2} + \mathcal{O}(\beta^3) \quad \beta \rightarrow 0$$

A Kehagias-Sfetsos fekete lyuk lencsézése

Virbhadra-Ellis lencseegyenlet

$$\tan |\theta| - \tan (s\beta) - \frac{D_{ls}}{D_s} [\tan |\theta| + \tan (\delta - |\theta|)] = 0$$

egyenlítő síkban a fény pályája $r(\varphi)$

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + g_{rr}dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\varphi^2$$

$$\frac{dr}{d\varphi} = \pm \left[\frac{g_{\varphi\varphi}}{g_{rr}} \left(\frac{E^2}{L^2} \frac{g_{\varphi\varphi}}{-g_{tt}} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad L = g_{\varphi\varphi} \frac{d\varphi}{dp}$$

$$E = g_{tt} \frac{dt}{dp}$$

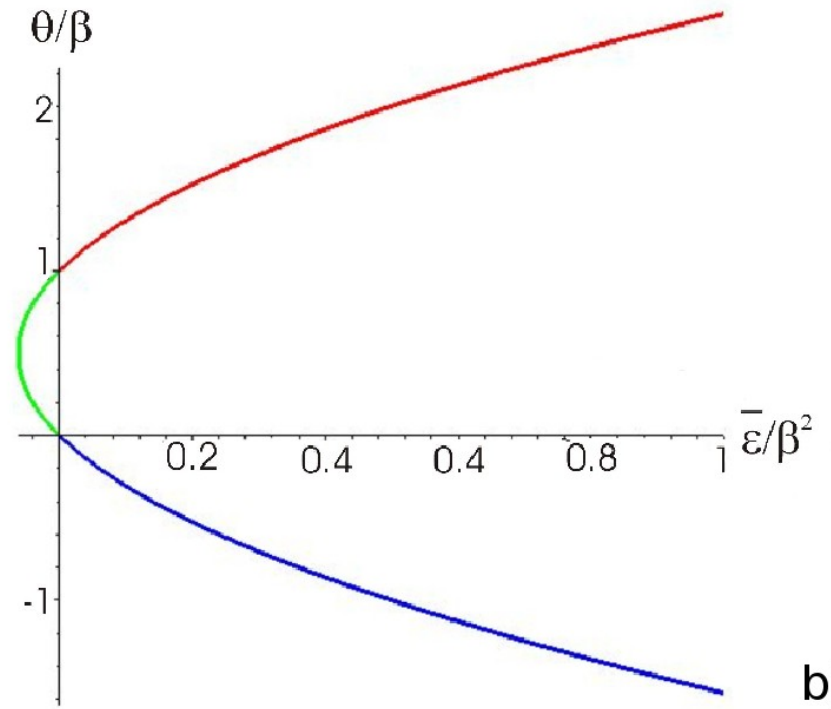
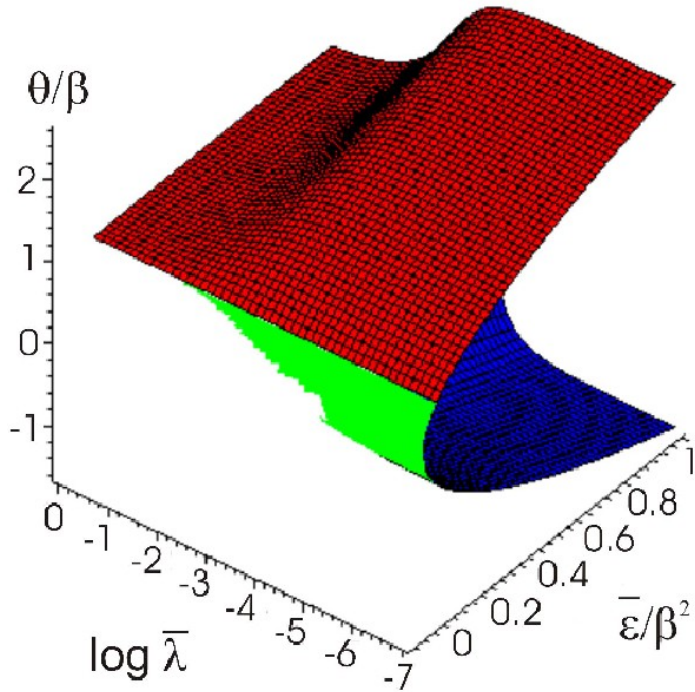
$$0 = g_{tt}(r_{\min}) D_L^2 \sin^2 \theta + r_{\min}^2 \quad \frac{dr}{d\varphi}(\varphi_{\min}) = 0$$

fényelhajlás képlete

$$\delta(r_{\min}) = 2 \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{1}{r} \left[\frac{g_{rr}(r)}{\frac{g_{tt}(r_{\min})}{g_{tt}(r)} \left(\frac{r}{r_{\min}} \right)^2 - 1} \right]^{1/2} dr - \pi$$

$$\delta(x_0) = 2 \int_0^{\pi/2} \left[1 + \frac{8(\sin^3 \alpha - 1)(\tan^2 \alpha + 1)\omega_0 x_0}{(16\omega_0^2 x_0^4 + 8\omega_0 x_0 \sin^3 \alpha)^{1/2} + (16\omega_0^2 x_0^4 + 8\omega_0 x_0)^{1/2}} \right]^{-1/2} d\alpha - \pi \quad \alpha = \arcsin(r_{\min}/r)$$

Képek keletkezése



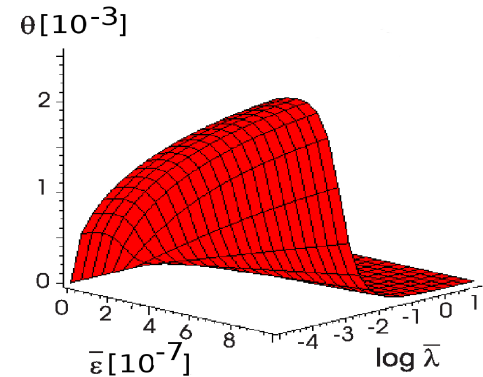
a)

b)

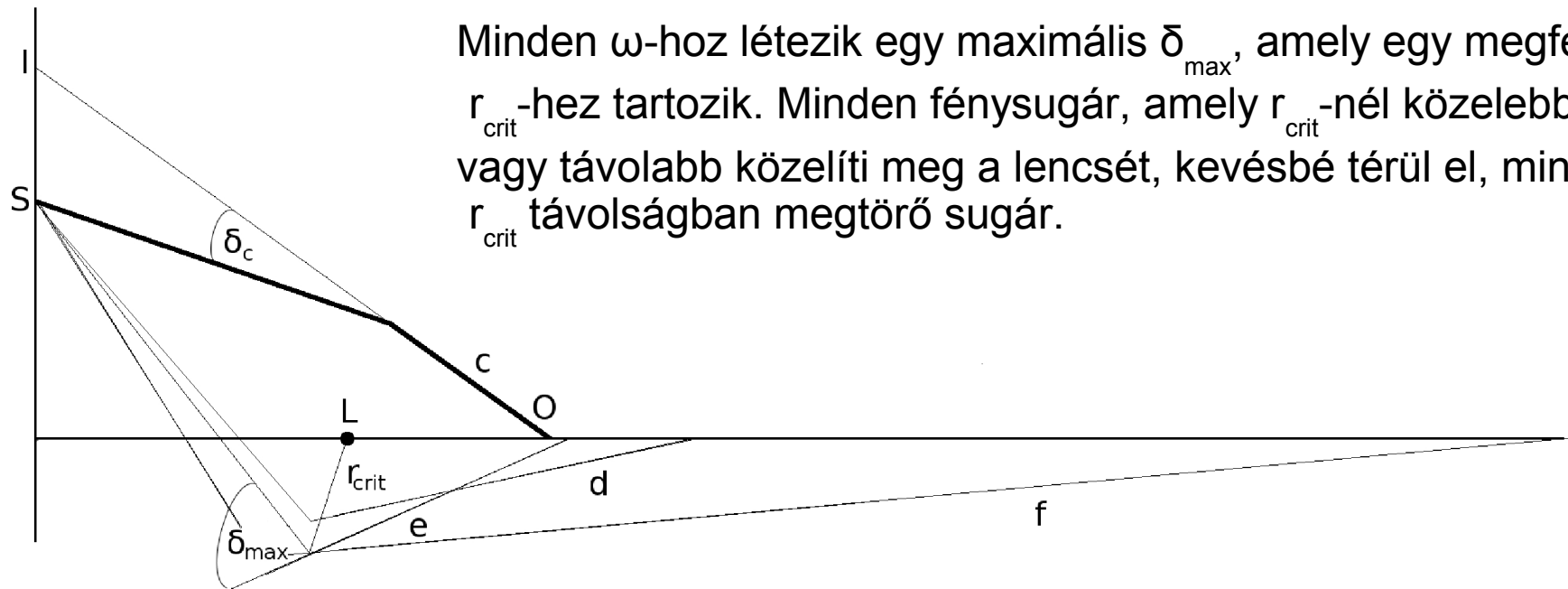
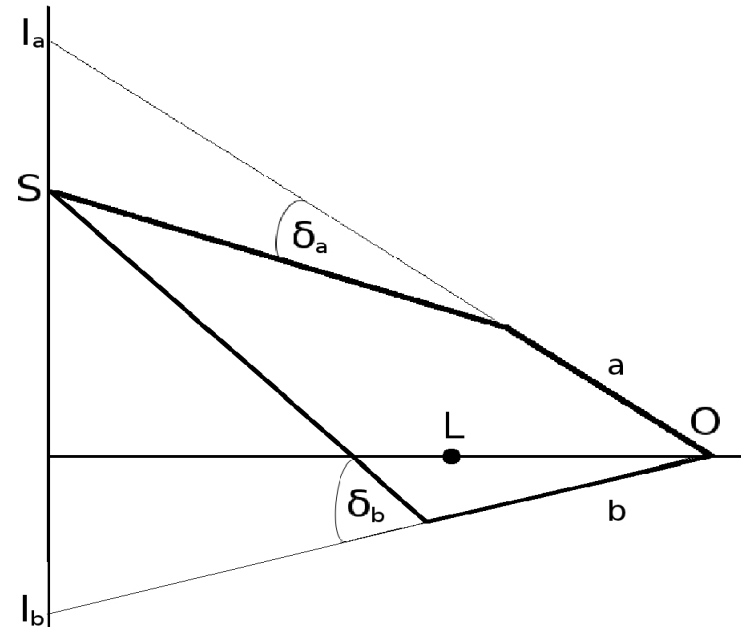
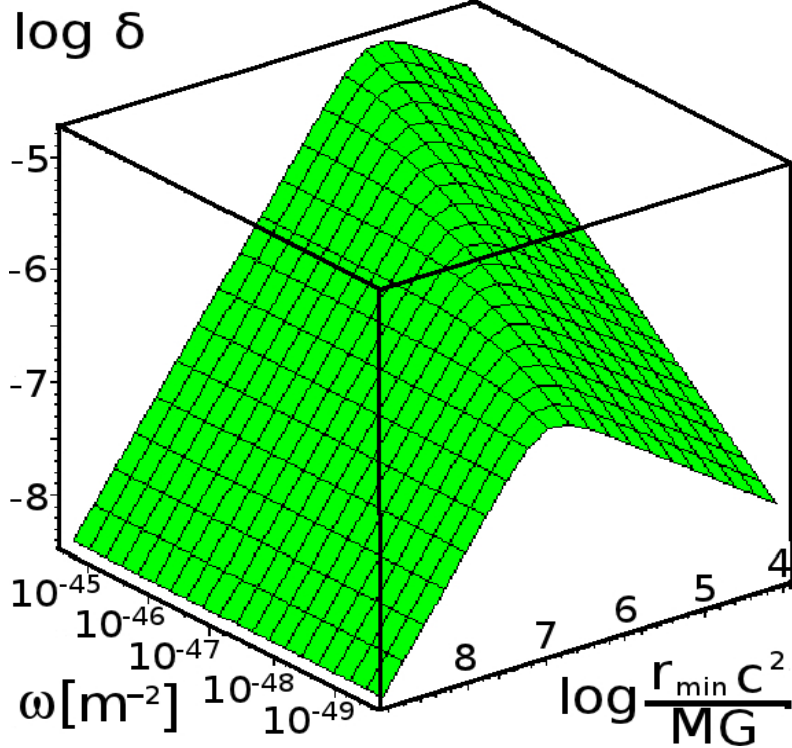
Csak a pozitív kép keletkezik, amint $\bar{\lambda} \rightarrow O(10^{-3})$.

$$\bar{\lambda} = 1/\omega d^2, \quad d = D_L D_S / D_{LS}$$

$\bar{\lambda}$ további növekedésére a téridő sík lesz és $\theta/\beta \rightarrow 1$.



Einstein gyűrű



Minden ω -hoz létezik egy maximális δ_{\max} , amely egy megfelelő r_{crit} -hez tartozik. Minden fénysugár, amely r_{crit} -nél közelebb vagy távolabb közelíti meg a lencsét, kevésbé térül el, mint az r_{crit} távolságban megtörő sugár.

Kényszerek megállapítása a Hořava-Lifshitz paraméterre

A Large Synoptic Survey Telescope (LSST) nagyszámú gravitációs lencse galaxis felfedezését tette lehetővé.

A Sloan Lens Advanced Camera and Spectrograph Survey (SLACS) majdnem 100 lencse galaxist észlelt és mért.

A lencse galaxisokat a Sloan Digital Sky Survey (SDSS) spektroszkópiai adatbázisából szelektálják. A kiválasztás azon alapul, hogy az égen egy adott irányban egy távolabbi (vörösebb) és egy közelebbi (kékebb) galaxis észlelhető.

A Hubble Űrtávcső képein az Einstein gyűrűk sugarait mérni lehet, a megfigyelt szögek a $[0.69 \text{ as}, 1.78 \text{ as}]$ intervallumba esnek.

LSST Science Collaborations, LSST Science Book Version 2.0

A. S. Bolton, S. Burles, L. V. E. Koopmans, T. Treu, L. A. Moustakas, ApJ 638 703 (2006)

C. Grillo, R. Gobat, M. Lombardi, P. Rosati, Astron. Astroph. 501, 461 (2009)

S. Gonzaga et al., ACS Data Handbook Version 6.0,(2011)

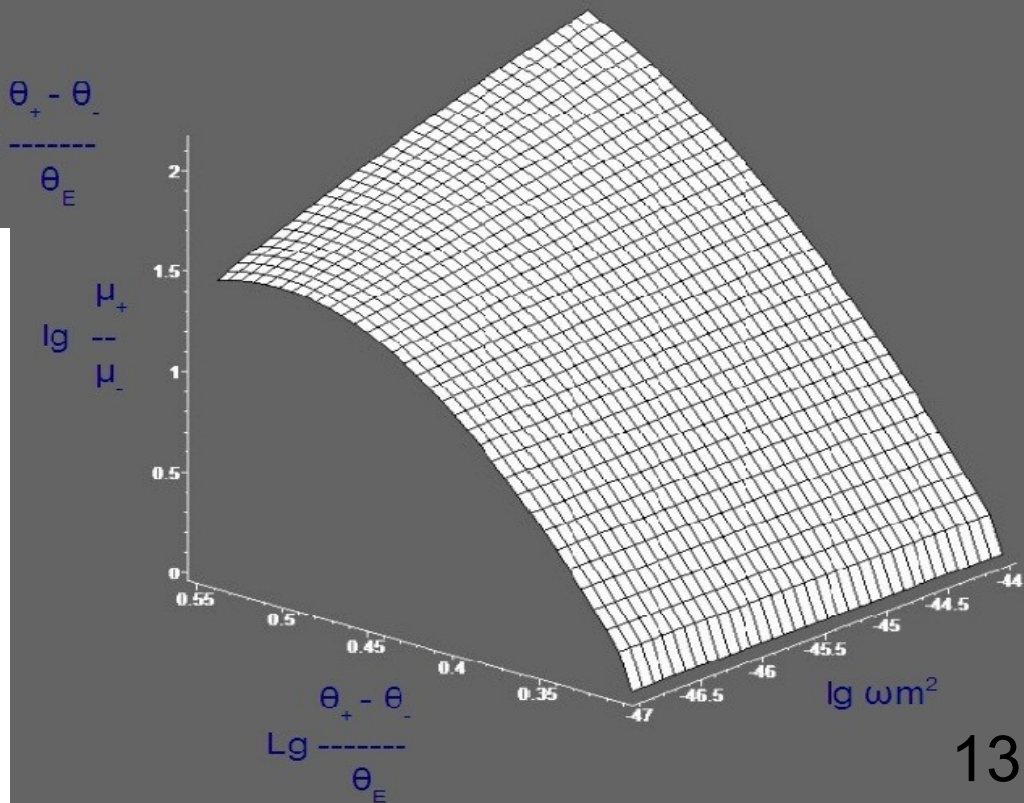
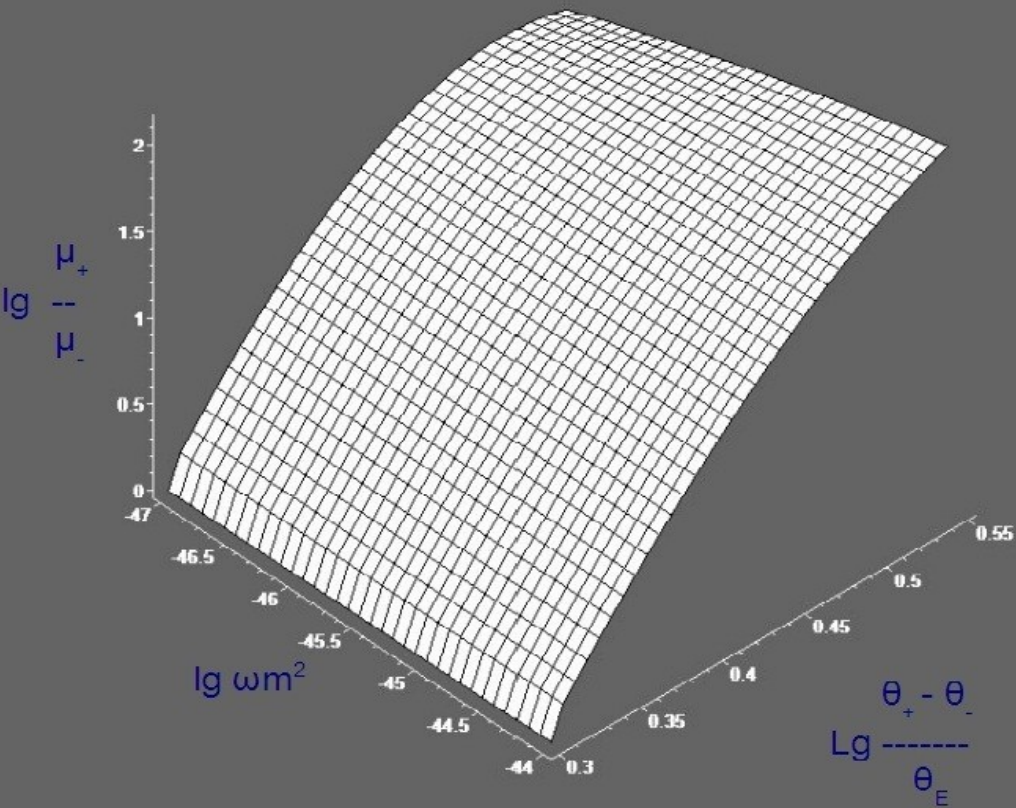
| galaxis | θ_E | M | D_L | D_S | r_{\min} | ω_{\min} | $\omega_{0,\min}$ |
|------------|------------|-------------------------|----------|----------|------------|--------------------------------|-------------------|
| | [as] | [$10^{10} M_{\odot}$] | [Mpc] | [Mpc] | [Kpc] | [10^{-48} cm^{-2}] | [10^{-16}] |
| J0008-0004 | 1.16 | 35 | 1172.743 | 1708.956 | 6.595 | 0.18942 | 5.0657 |
| J0029-0055 | 0.96 | 12 | 750.391 | 1622.253 | 3.492 | 0.27033 | 0.84982 |
| J0037-0942 | 1.53 | 29 | 669.889 | 1411.834 | 4.969 | 0.34628 | 6.3576 |
| J0044+0113 | 0.79 | 9 | 446.200 | 672.576 | 1.709 | 1.2219 | 2.1606 |
| J0109+1500 | 0.69 | 13 | 905.964 | 1291.699 | 3.031 | 0.33425 | 1.2332 |
| J0157-0056 | 0.79 | 26 | 1276.277 | 1618.923 | 4.888 | 0.23749 | 3.5047 |
| J0216-0813 | 1.16 | 49 | 984.161 | 1289.158 | 5.535 | 0.35670 | 18.697 |
| J0252+0039 | 1.04 | 18 | 875.400 | 1644.710 | 4.414 | 0.22816 | 1.6138 |
| J0330-0020 | 1.10 | 25 | 1020.790 | 1676.984 | 5.444 | 0.20053 | 2.7361 |
| J0405-0455 | 0.80 | 3 | 293.680 | 1555.222 | 1.139 | 1.1703 | 0.22993 |
| J0728+3835 | 1.25 | 20 | 696.489 | 1463.700 | 4.221 | 0.32141 | 2.8066 |
| J0737+3216 | 1.00 | 29 | 964.236 | 1358.283 | 4.675 | 0.30324 | 5.5673 |
| J0822+2652 | 1.17 | 24 | 784.904 | 1372.544 | 4.452 | 0.30991 | 3.8969 |
| J0903+4116 | 1.29 | 45 | 1157.167 | 1675.061 | 7.237 | 0.19736 | 8.7248 |
| J0912+0029 | 1.63 | 40 | 580.506 | 968.258 | 4.587 | 0.60497 | 21.131 |
| J0935-0003 | 0.87 | 41 | 1013.21 | 1213.066 | 4.274 | 0.48386 | 17.756 |
| J0936+0913 | 1.09 | 15 | 653.631 | 1366.016 | 3.454 | 0.36699 | 1.8026 |
| J0946+1006 | 1.38 | 29 | 737.793 | 1388.471 | 4.936 | 0.32025 | 5.87966 |
| J0956+5100 | 1.33 | 37 | 782.476 | 1217.394 | 5.045 | 0.37351 | 11.163 |
| J0959+4416 | 0.96 | 17 | 775.156 | 1299.251 | 3.608 | 0.33752 | 2.1294 |
| J0959+0410 | 0.99 | 8 | 465.339 | 1304.229 | 2.233 | 0.58732 | 0.82058 |
| J1016+3859 | 1.09 | 15 | 592.045 | 1171.202 | 3.129 | 0.47174 | 2.3171 |
| J1020+1122 | 1.20 | 34 | 879.827 | 1326.068 | 5.119 | 0.31376 | 7.9181 |
| J1023+4230 | 1.41 | 23 | 656.356 | 1470.562 | 4.487 | 0.34248 | 3.9551 |
| J1029+0420 | 1.01 | 6 | 393.820 | 1394.687 | 1.928 | 0.73490 | 0.57756 |
| J1100+5329 | 1.52 | 47 | 954.102 | 1584.325 | 7.031 | 0.22552 | 10.875 |
| J1106+5228 | 1.23 | 9 | 366.879 | 1119.963 | 2.188 | 0.90303 | 1.5968 |
| J1112+0826 | 1.49 | 45 | 859.747 | 1408.858 | 6.211 | 0.28347 | 12.531 |

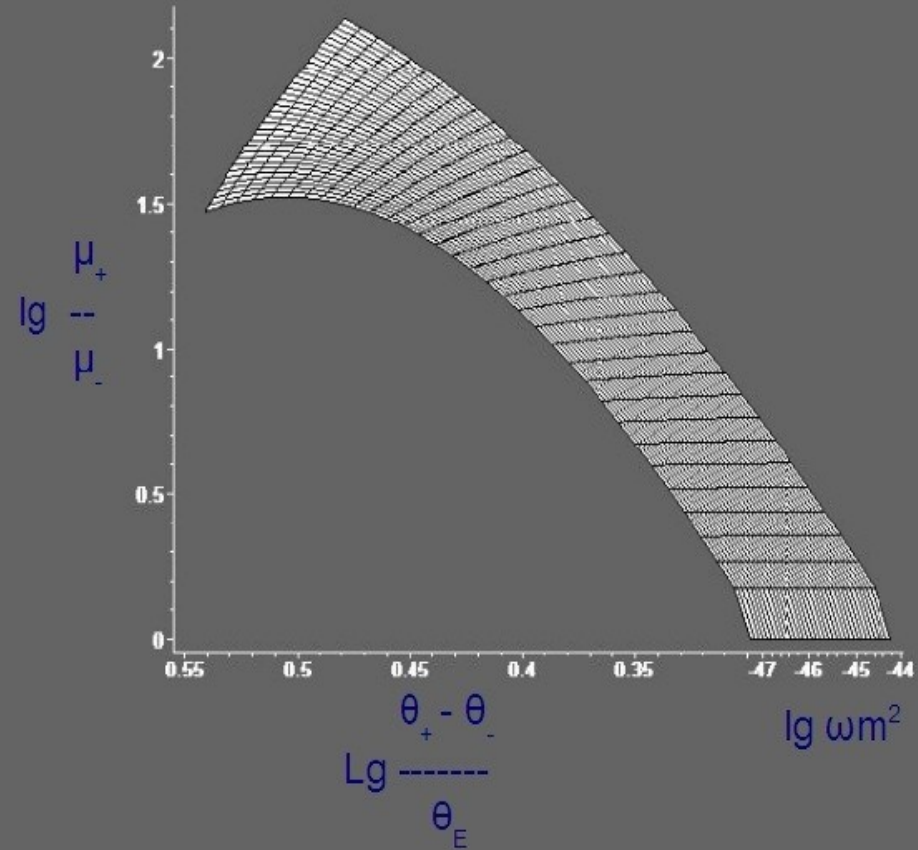
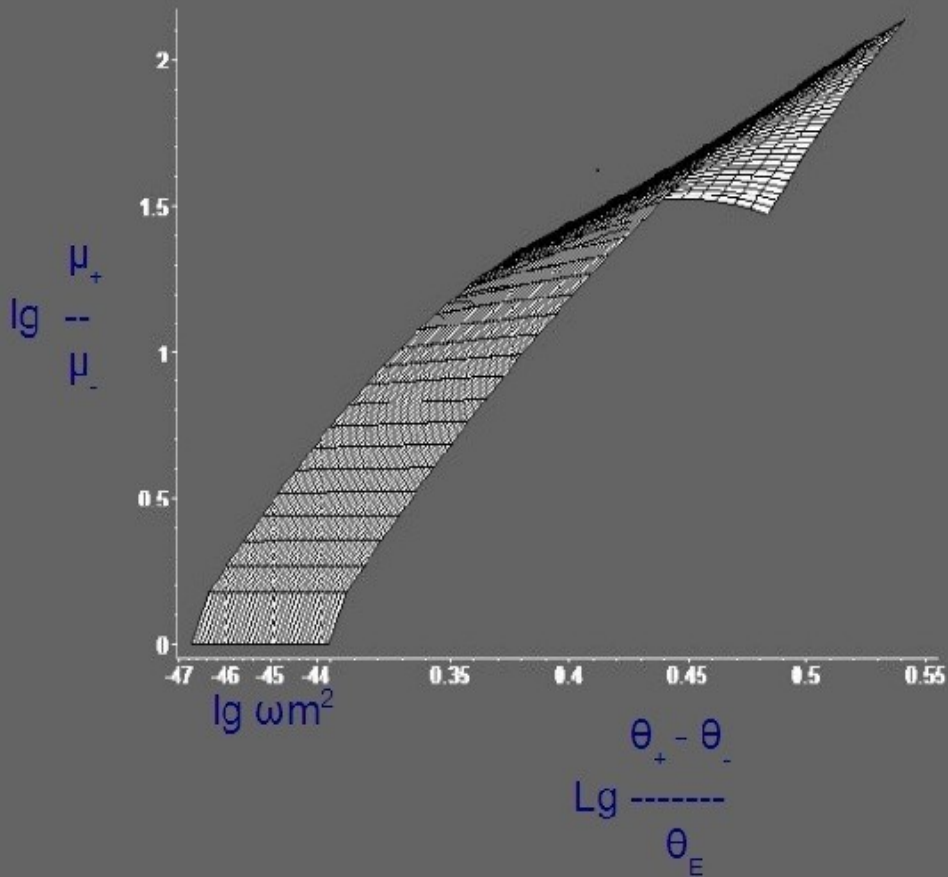
| galaxis | θ_E | M | D_L | D_S | r_{\min} | ω_{\min} | $\omega_{0,\min}$ |
|------------|------------|-------------------------|----------|----------|------------|--------------------------------|-------------------|
| | [as] | [$10^{10} M_{\odot}$] | [Mpc] | [Mpc] | [Kpc] | [10^{-48} cm^{-2}] | [10^{-16}] |
| J1134+6027 | 1.10 | 13 | 548.213 | 1223.120 | 2.924 | 0.49304 | 1.8190 |
| J1142+1001 | 0.98 | 17 | 737.793 | 1264.429 | 3.505 | 0.36081 | 2.2764 |
| J1143-0144 | 1.68 | 19 | 400.476 | 1111.614 | 3.262 | 0.79571 | 6.2708 |
| J1153+4612 | 1.05 | 11 | 626.027 | 1593.810 | 3.187 | 0.34366 | 0.90778 |
| J1204+0358 | 1.31 | 17 | 580.506 | 1410.844 | 3.687 | 0.41199 | 2.5993 |
| J1205+4910 | 1.22 | 25 | 719.910 | 1233.014 | 4.258 | 0.37895 | 5.1705 |
| J1213+6708 | 1.42 | 14 | 455.803 | 1419.669 | 3.138 | 0.7912 | 2.4779 |
| J1218+0830 | 1.45 | 16 | 493.548 | 1487.965 | 3.470 | 0.5017 | 2.8041 |
| J1250+0523 | 1.13 | 18 | 762.845 | 1545.386 | 4.179 | 0.27744 | 1.9624 |
| J1402+6321 | 1.35 | 29 | 693.857 | 1233.014 | 4.541 | 0.38808 | 7.1250 |
| J1403+0006 | 0.83 | 10 | 650.899 | 1221.693 | 2.619 | 0.41355 | 0.90280 |
| J1416+5136 | 1.37 | 37 | 916.645 | 1555.865 | 6.088 | 0.23665 | 7.0726 |
| J1420+6019 | 1.04 | 4 | 250.179 | 1304.222 | 1.261 | 1.6168 | 0.56474 |
| J1430+4105 | 1.52 | 54 | 886.429 | 1351.555 | 6.532 | 0.30198 | 19.224 |
| J1436-0000 | 1.12 | 23 | 886.429 | 1551.984 | 4.813 | 0.24263 | 2.8020 |
| J1443+0304 | 0.81 | 6 | 490.443 | 1139.617 | 1.926 | 0.59752 | 0.46959 |
| J1451-0239 | 1.04 | 8 | 462.168 | 1285.325 | 2.330 | 0.59786 | 0.83530 |
| J1525+3327 | 1.31 | 48 | 1033.889 | 1487.965 | 6.566 | 0.25047 | 12.598 |
| J1531-0105 | 1.71 | 27 | 568.859 | 1509.087 | 4.716 | 0.40490 | 6.4438 |
| J1538+5817 | 1.00 | 9 | 518.128 | 1299.251 | 2.512 | 0.50680 | 0.89616 |
| J1621+3931 | 1.29 | 29 | 794.563 | 1381.108 | 4.969 | 0.30476 | 5.5953 |
| J1627-0053 | 1.23 | 23 | 701.736 | 1290.430 | 4.185 | 0.36381 | 4.2014 |
| J1630+4520 | 1.78 | 49 | 801.749 | 1544.046 | 6.919 | 0.26412 | 13.844 |
| J1636+4707 | 1.09 | 18 | 752.893 | 1451.370 | 3.979 | 0.29974 | 2.1201 |
| J2238-0754 | 1.27 | 13 | 499.736 | 1484.718 | 3.077 | 0.49325 | 1.8198 |
| J2300+0022 | 1.24 | 30 | 755.390 | 1208.707 | 4.541 | 0.38187 | 7.5028 |
| J2303+1422 | 1.62 | 27 | 554.146 | 1281.465 | 4.352 | 0.46848 | 7.4556 |
| J2321-0939 | 1.60 | 12 | 318.486 | 1300.500 | 2.470 | 1.0661 | 3.3514 |
| J2341+0000 | 1.44 | 22 | 642.666 | 1553.284 | 4.487 | 0.33734 | 3.5644 |

A mérésekhez az ACS-WFC (Advanced Camera for Surveys, Wide Field Channel) kamerát használták, amelynek pixelmérete 0.049 as.

A $\Delta\theta$ mérési hiba létezése megengedi, hogy a HL paraméterre fennálljon az $\omega \in (\omega_{\min}, \infty)$ $\Delta\theta := 0.049$ as. kényszer. A kritikus ω_{\min} alsó határ az $\theta_E(\omega_{\min}) = \theta_{E,Sch} - \Delta\theta$ összefüggésnek tesz eleget.

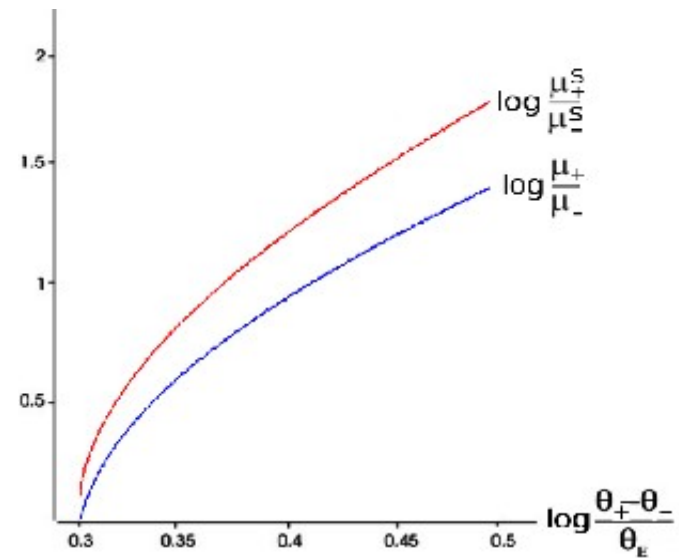
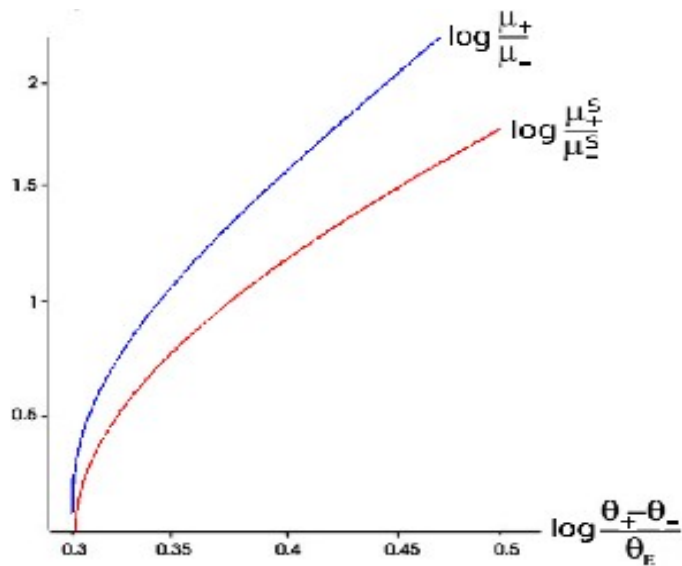
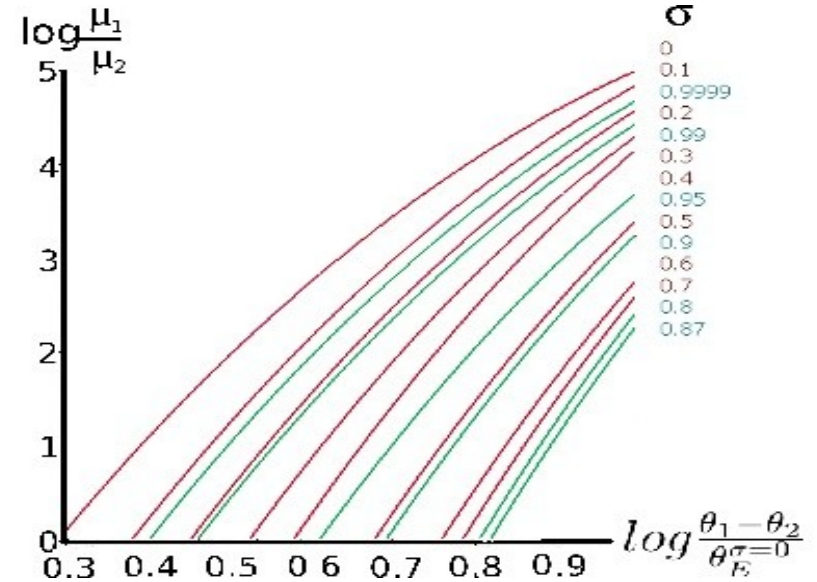
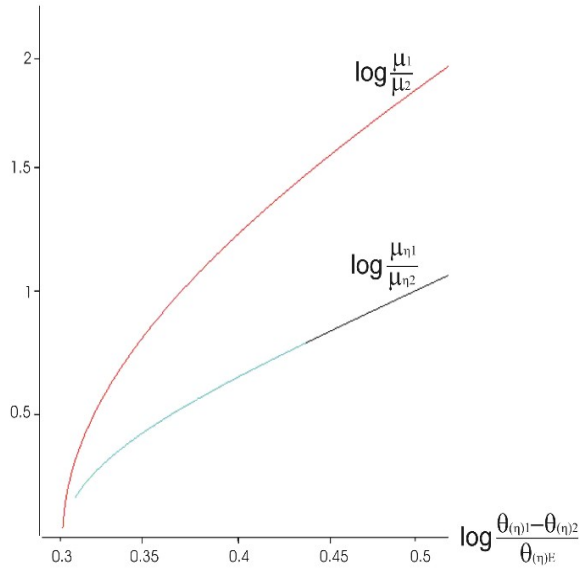
Nagyítások aránya





$$\omega_{\text{crit}} = 7.8 \cdot 10^{-46} \text{ m}^{-2}$$

Összehasonlítás más gravitációelméletekkel



Összefoglalás

- sztatikus, gömbszimmetrikus, vákuum téridő a HL elméletben
- HL paraméter
- $\omega > 10^{-47} \text{ m}^{-2}$ két kép
- nagyítások aránya ω és a képek szögtávolsága függvényében
- $\omega > 10^{-46} \text{ m}^{-2}$ metszetek monoton növekvő
- a Schwarzschild limittől távol,
az $\omega_{\text{crit}} > \omega > 10^{-47} \text{ m}^{-2}$ metszeteknek 1 maximumuk van
- $\omega_{\text{crit}} = 7.8 * 10^{-46} \text{ m}^{-2}$
- eltérés más gravitációelméletektől