

# Kozmológiai szimulációk izotróp és nemizotróp tágulással

Rácz Gábor  
Fizikus MSc Hallgató

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Témavezetők:  
Csabai István, Dobos László

2014. 09. 18.

# Standard kozmológiai modell: Izotróp tágulás

Kozmológiai elv: Az Univerzum kellően nagy méretskálákon

- Izotróp
- Homogén

Az izotrópiából következik a homogenitás.

Az Einstein-egyenletek

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Hipotézis: Az Einstein-egyenletek alkalmazhatók az egész Univerzumra.

Ívelem-négyzet:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \quad (2)$$

A metrikus tenzor izotróp esetben (Friedmann–Robertson–Walker metrika)

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a^2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Friedmann-egyenletek

Bevezetve a kritikus sűrűséget:

$$\rho_{crit} = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \cdot \frac{3}{8\pi G} = \frac{3 \cdot H^2}{8\pi G} \quad (4)$$

Az  $\Omega$  paraméterek:

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_{crit}} \quad (5)$$

## Friedmann-egyenlet

A megoldandó egyenlet a skálafaktorra:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \cdot (\Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_\Lambda + \Omega_k a^{-2}) \quad (6)$$

Átrendezve:

$$\frac{d}{dt}a = H_0 \sqrt{\Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_\Lambda + \Omega_k a^{-2}} \quad (7)$$

## A skálafaktor időfüggése

A (7) egyenlet numerikusan könnyen integrálható.

# Kozmológiai szimulációk

## A kozmológiai struktúraképződés vizsgálata

- Analitikusan nem kezelhető probléma
- Perturbáció számítás csak korai időkre használható
- A nemlineáris struktúraképződés csak numerikus szimulációkkal vizsgálható.

## Numerikus szimulációk

- Kozmológiai N-test szimulációk: Több millió részecske
- Részecskék között newtoni gravitáció hat
- A szimuláció egy "dobozban" történik, periodikus határfeltétel mellett
- A dobozban a távolságok az adott időhöz tartozó skálafaktorral skálázódnak.

# Nehézségek

## Nagy részecskeszám:

- Részecskék koordinátái és sebességei nem férnek el egyetlen gép memóriájában
- Az erőszámításhoz  $N^2$  távolság meghatározása szükséges.

## Erőszámítás

- Az erő nagysága  $\sim r^{-2} \implies$  nem elég periodikus határfeltétel esetén a legközelebbi kép figyelebe vétele.
- Az erő  $r = 0$ -ban szinguláris

## Erők számítása

Olyan alakú erőt kell választani a szimulációkhoz, ami nem szinguláris  $r = 0$ -ban, és nagy távolságokra visszaadja a newtoni gravitációs törvényt:

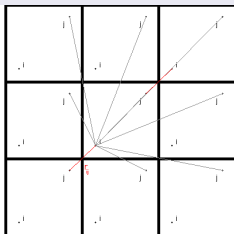
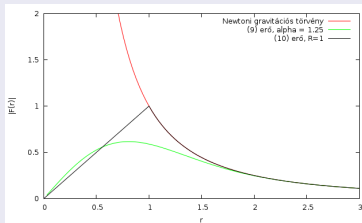
$$|F(r_{ij})| = G \frac{M_i M_j}{r_{ij}^2} \quad (8)$$

Lehetséges erők:

$$|F(r_{ij})| = G \cdot M_i M_j \left( \frac{\operatorname{erf}(\alpha r_{ij})}{r_{ij}^2} - \frac{2\alpha e^{-\alpha^2 r_{ij}^2}}{\sqrt{\pi} r_{ij}} \right) \quad (9)$$

$$|F(r_{ij})| = \begin{cases} G \cdot \frac{M_i M_j}{r_{ij}^2} & \text{Ha } r_{ij} > R \\ G \cdot \frac{M_i M_j \cdot r_{ij}}{R^3} & \text{Ha } r_{ij} < R \end{cases} \quad (10)$$

## Erők számítása

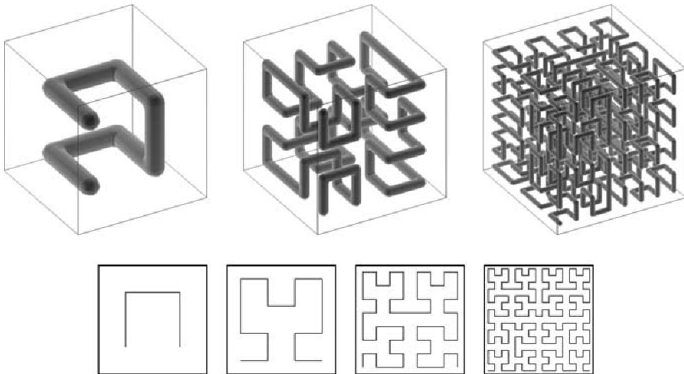


## Párhuzamosítás:

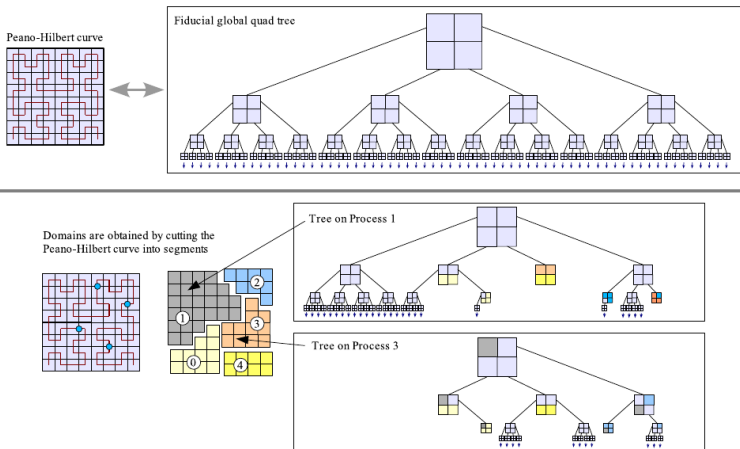
- Több gépen számolunk
- A teret felosztjuk kisebb térrészekre
- A közeli részecskék között az erőket egzaktul számítjuk
- A hosszútávú erőket átlagolással határozzuk meg. Ez hálózaton keresztül történik



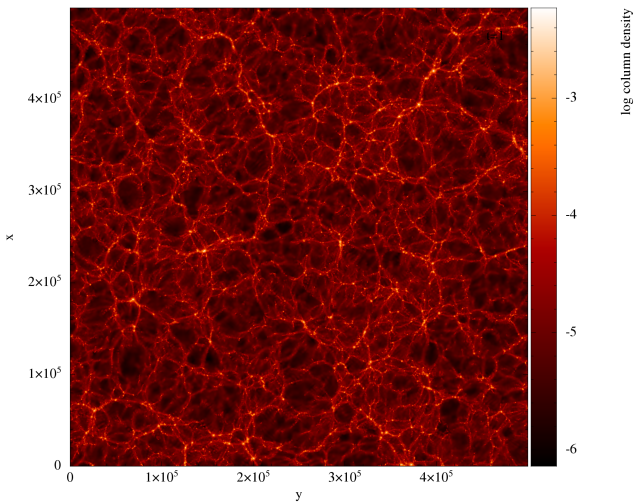
# Tree algoritmus



Volker Springel (MPA): The cosmological simulation code GADGET-2  
[arXiv:astro-ph/0505010](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0505010)



Volker Springel (MPA): The cosmological simulation code GADGET-2  
arXiv:astro-ph/0505010



# Nemizotróp tágulás

## Egzakt és statisztikus homogenitás és izotrópia<sup>(1)</sup>

- Egzakt homogenitás:  $\rho(\underline{x}, t) = \rho_0(t)$
- Statisztikus homogenitás: Elég nagy térfogatokat választva, a térfogatokat jellemző statisztikai mennyiségek azonosak. (pl.: átlagsűrűség, teljesítményspektrum, stb.)

A kialakuló struktúrák megváltoztatják a metrikát, és így megváltozik lokálisan a tágulás sebessége. Az Einstein-egyenletek nem lineárisak  $\implies$  nem biztos, hogy a teljes térfogatváltozás meg fog egyezni a Friedmann-egyenletek által előrejelzettel.

Tehát a kialakuló struktúrák visszahatnak a tágulás ütemére. Ezt nevezzük "backreaction"-nek, vagy visszahatásnak.

(1): Thomas Buchert, Syksy Rasanen: Backreaction in late-time cosmology  
arXiv:1112.5335 [astro-ph.CO]

## Korrekt eljárás:

Numerikusan kellene az Einstein-egyenleteket  $N$  db részecskével megoldani. Ez nem megvalósítható.

## Szeretnénk megtartani a FRW-metrikát

Korrekciót akarunk adni a tágulás ütemére.

## Nem mindegy, hogy mikor átlagolunk:

A Friedmann-egyenletek nem lineáris differenciálegyenletek, így ha a léptetés előtt átlagoljuk a sűrűséget, más eredményt kapunk, mintha először kis cellákban léptetünk, és utána átlagolunk.

## Közelítést alkalmazunk

Szeretnénk megtartani a FRW-metrikát, és figyelembe venni a lokális inhomogenitásokat:

- Felosztjuk a szimulációs dobozt diszkrét térfogatcellákra ( $V_i$ )
- A cellákban meghatározzuk az átlagsűrűséget, és ebből számolunk lokális  $\Omega_m$ -et
- A cellák térfogatváltozását kiszámítjuk a Friedmann-egyenletekből, a lokális  $\Omega_m$ -ek felhasználásával.
- A számított  $\Delta V_i$ -k összegzéséből meghatározzuk, hogy a teljes doboz mekkora térfogatváltozást szenved ( $\Delta V_{box}$ ).
- $\Delta V_{box}$ -ből meghatározzuk a skálafaktor effektív megváltozását:  
$$\Delta a_{effective} = (\Delta V_{box})^{1/3} / L_{box}$$

# Szimulált eredmények

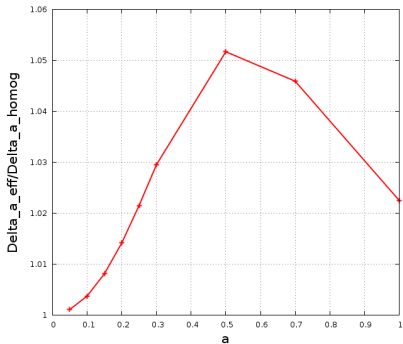
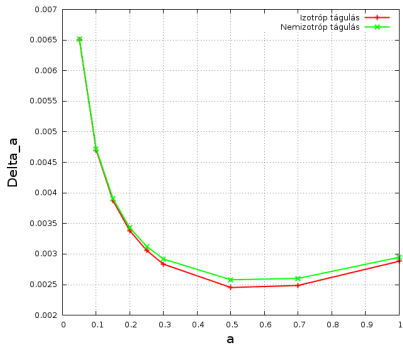
## GADGET-2 Szimuláció

- A GADGET-2 <sup>(1)</sup> nevű kozmológiai kóddal futtattam egy hagyományos kozmológiai szimulációt a standard kozmológiai paraméterekkel.
- $a = \{0.05; 0.1; 0.15; 0.2; 0.25; 0.3; 0.5; 0.7; 1.0\}$  skálafaktoroknál lementettem a részecskék koordinátáit.
- Az adott részecskeeloszlásokból és skálafaktorból számítottam  $\Delta a_{effective}$  mennyiségeket,  $h_0 = 50 My$  lépéshosszal, adott nagyságú cellák mellett.
- A kozmológiai paraméterekből ugyanilyen lépéshosszra számítottam a homogén eset skálafaktor megváltozását  $\Delta a_{homog}$ .

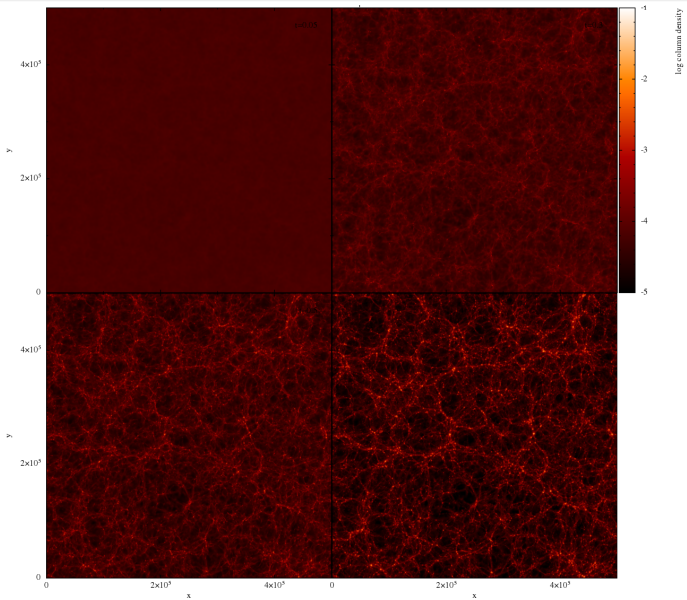
A szimulációs doboz oldalhossza  $500 Mpc/h$  volt, 60742656 db részecskével.

(2): Volker Springel (MPA): The cosmological simulation code GADGET-2  
arXiv:astro-ph/0505010

# GADGET-2 Szimuláció







## Összefoglalás

Áttekintettük:

- A standard kozmológiai modellt, és izotóp tágulást
- A kozmológiai szimulációkat
- Az inhomogenitások lehetséges hatásait

## Tervek

- Módosítani a GADGET-et, hogy kezelje a visszahatást
- Saját kozmológiai kóddal vizsgálni a nemizotróp tágulást

# Köszönöm a figyelmet.

A kutatás az OTKA-103244 pályázat támogatásával folyik.