H01) Spektráltétel

P projektormérték $\longrightarrow \int \cdot \, dP$

$S = \mathbb{C}$ $\quad B(\mathbb{C})$

$id_{\mathbb{C}} : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}, \; z \longmapsto z$

integrálható P szerint

$P \longmapsto \hat{P}(id_{\mathbb{C}})$

proj. mértékek $\qquad$ normális op.

$(NN^{+} = N^{+}N)$

~~Spektrálté~~

áll. $P, Q : B(\mathbb{C}) \longrightarrow \Pr \mathcal{H}$

$\hat{P}(id_{\mathbb{C}}) = \hat{Q}(id_{\mathbb{C}}) \Longrightarrow P = Q$

Spektráltétel: ha $N : D(N) \to \mathcal{H}$ normális op.

$\Rightarrow \exists P : B(\mathbb{C}) \to \Pr \mathcal{H}$ $\quad N = \hat{P}(id_{\mathbb{C}})$

$A \subset B$

$D(A) \subset D(B)$

és

$B|_{D(A)} = A$

Def. $N : D(N) \to \mathcal{H}$ normális operátor spektrálfelbontása

$P : B(\mathbb{C}) \to \Pr \mathcal{H}$, hogy $\hat{P}(id_{\mathbb{C}}) = N$

Felcserélhetőség

véges dim. $\quad AB = BA \quad AB - BA = 0$

$ABx = BAx \quad \forall x$

Def. $A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ korlátos (folytonos)

és $B : D(B) \to \mathcal{H}$ tetszőleges felcserélhető,

ha $\quad AB \subset BA$

Def. $P : B(S) \to \Pr \mathcal{H}$ felcserélhető

$\quad Q : B(T) \to \Pr \mathcal{H}$

ha $\quad P(E)Q(F) - Q(F)P(E) = 0$

$\forall E \in B(S) \; F \in B(T)$

Def $N_i : D(N_i) \to \mathcal{H} \quad i = 1,2$

erősen felcserélhetők, ha a spektrálfelbontásaik felcserélhetők

HØ2 ESEMÉNYHÁLÓ: ZÁRT LIN. ALTEREK

$\mathcal{L}$: $\mathcal{M}(\mathcal{H})$

$M \leq N \doteq M \subseteq N$

$1 = \mathcal{H}$

$0 = \{0\}$

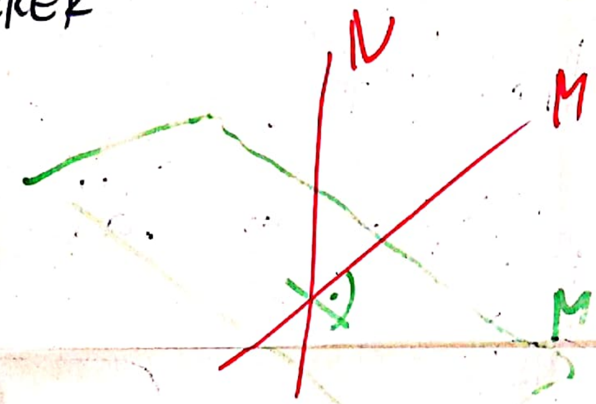
$\bigwedge_{n\in\mathbb{N}} M_n = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} M_n$

$\bigvee_{n\in\mathbb{N}} M_n = \mathrm{Span}\left(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} M_n\right)$

$M \perp N$

$\Rightarrow M \leq N^\perp$

$\Leftarrow N \leq M^\perp$



$M \wedge N = \{0\}$

$M^\perp \; M \vee N = \mathcal{H}$

$M \wedge N = \{0\}$ "EGYÜTT LEHETETLEN"

$M \perp N$ $\Uparrow\not\Downarrow$ "KÖLCSÖNÖSEN KIZÁRÓ"

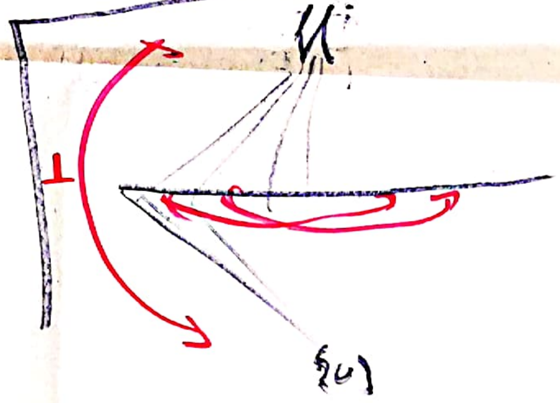
Pl. $\dim \mathcal{H} = 2$

$M^\perp = M' = \{\psi \in \mathcal{H} \mid \langle \varphi|\psi\rangle = 0 \;\; \forall \varphi \in M\}$

O.M.: $M \leq N \Rightarrow N = M \vee (N \wedge M^\perp)$

NEM DISZTR.: $\underbrace{M^\perp \vee (\overset{\circ}{M \wedge N})}_{M^\perp} \neq \underbrace{\underbrace{(M^\perp \vee M)}_{\mathcal{H}} \wedge \underbrace{(M^\perp \vee N)}_{\mathcal{H}}}_{\mathcal{H}}$

$N \wedge M$



H03 $\mathcal{M}(\mathcal{H}) \longleftrightarrow \mathrm{Pr}(\mathcal{H})$

$M \quad \mathrm{Rng}(P) \qquad P_M \quad P$

$\mathrm{Pr}(\mathcal{H})$:

$$P \leq Q := \mathrm{Rng}(P) \overset{\subseteq}{\leq} \mathrm{Rng}(Q)$$

$$\mathbb{1} = I$$

$$0 = 0$$

$$\bigwedge_{n\in\mathbb{N}} P_n := \mathrm{Proj.\ a} \overbrace{\bigwedge_{n\in\mathbb{N}} \mathrm{Rng}(P_n)}^{\bigcap_{n\in\mathbb{N}} \mathrm{Rng}(P_n)} \text{-ra}$$

$$\bigvee_{n\in\mathbb{N}} P_n = \mathrm{Proj.\ a} \overbrace{\bigvee_{n\in\mathbb{N}} \mathrm{Rng}(P_n)}^{\mathrm{Span}(\cup P_n)} \text{-re}$$

$$P^\perp = \mathrm{Proj.\ a} \left(\mathrm{Rng}(P)\right)^\perp\text{-re}$$

$\mathrm{Pr}(\mathcal{H})$ részorthokomplementumhálója DISTRIB $\Longleftrightarrow$ KOMM.

$\Rightarrow \mathrm{Pr}(\mathcal{H})$ páronként komm elemeiből gen. részháló disztr.

- $P \leq Q \Longleftrightarrow PQ = QP = P$
  $\Longleftrightarrow \langle\varphi|P\varphi\rangle \leq \langle\varphi|Q\varphi\rangle$
  $\Longleftrightarrow \|P\varphi\| \leq \|Q\varphi\|$
- $P^\perp = I - P$
- Ha $PQ = QP \Rightarrow P \wedge Q = PQ$
  $P \vee Q = P + Q - PQ$
- $P \leq Q \Rightarrow Q \setminus P := Q \wedge P^\perp = Q - P$
- $P \perp Q \Longleftrightarrow PQ = QP = 0$
  $\Downarrow$
  $P \wedge Q = 0$
  $P \vee Q = P + Q$
- P_n: $P_n P_m = P_m P_n \quad \forall n, m$
  $$\bigwedge_{n\in\mathbb{N}} P_n = (s) \prod_{n\in\mathbb{N}} P_n$$
- P_n $\quad P_n \perp P_m \quad \forall n \neq m$
  $$\bigvee_{n\in\mathbb{N}} P_n = (s) \sum_{n\in\mathbb{N}} P_n$$

H04): $\mathcal{M}(\mathcal{H}) \triangleq P_v(\mathcal{H})$

$U : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ Unitér

Anti-Unitér

$$\mathcal{M}(\mathcal{H}) \longrightarrow \mathcal{M}(\mathcal{H})$$
$$M \longmapsto U[M] = \{U\varphi \mid \forall \varphi \in M\}$$

Ez orto-σ-~~hom~~ izom

U és αU $\quad \alpha \in \mathbb{C}$, $|\alpha| = 1$

orto-σ-izom.

Wigner Tf: $\dim \mathcal{H} > 2$ $\quad S : \mathcal{M}(\mathcal{H}) \longrightarrow \mathcal{M}(\mathcal{H})$

(α-erejéig),

$\Rightarrow \exists\, U$ Unitér vagy Anti-Unitér

amivel $\quad S(M) = U[M]$

$$\boxed{\begin{aligned} P_v(\mathcal{H}) &\longrightarrow P_v(\mathcal{H}) \\ P &\longmapsto UPU^{-1} \end{aligned}}$$

orto-σ-hom

$$P_v(\mathcal{H}) \xleftarrow{P_1} \mathcal{B}(V_1)$$
$$P_v(\mathcal{H}) \xleftarrow{P_2} \mathcal{B}(V_2) \quad n = 2$$

$$S \xrightarrow{f} V$$
$$\mathcal{B}(S) \xleftarrow{f^{-1}} \mathcal{B}(V)$$

Fiz Mennyiségek

$P(V) = I$

$P(\emptyset) = 0 \quad P(E^c) = P(E)^{\perp} = I - P(E)$

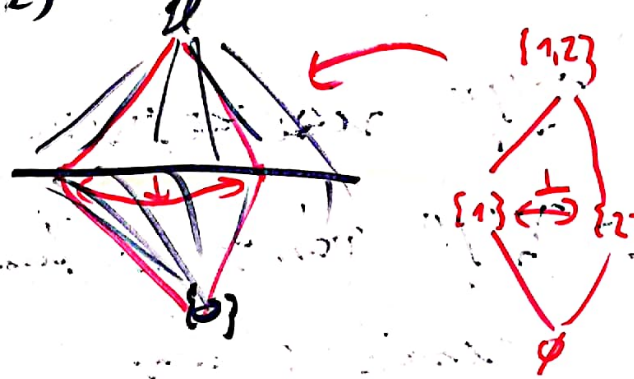
$P(E \cap F) = P(E)\,P(F)$

$$P\Big(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} E_n\Big) = (s)\sum_{n\in\mathbb{N}} P(E_n)$$

$E_n \leq E_m^c \quad \forall n \neq m$

$P : \mathcal{B}(V_1 \times V_2)$

$P(E_1 \times E_2) = P_1(E_1)\,P_2(E_2)$



H05 Fiz. KÖRÜLMÉNYEK

$$\begin{tikzcd} P_r(H) \arrow[d, "p"] & B(V) \arrow[l, "P"'] \\ {[0,1]} & \end{tikzcd}$$

$\forall\, \psi \in H : \|\psi\| = 1$ $\quad P_\psi : P_r(H) \to [0,1]$

$$P \mapsto \langle \psi | P \psi \rangle = \|P\psi\|^2$$

$$\begin{cases} P_\psi(I) = 1 \\ P_n : \quad P_n P_m = 0 \Leftrightarrow P_n \perp P_m \quad \cancel{P_n \wedge P_m = \{0\}} \quad \forall n,m \\ P_\psi\left(\bigvee_{n\in\mathbb{N}} P_n\right) = \sum_{n\in\mathbb{N}} P_\psi(P_n) \end{cases}$$

P_ψ Nem szórásmentes $\to \{0,1\}$

$P_\psi = P_{\alpha\psi}$ $\quad |\alpha| = 1$

$\sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda_n P_{\psi_n}$ Kör. $\quad \lambda_n \geq 0 \quad \sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda_n = 1$

GLEASON T. H szep. Hil. tér, $\dim H > 2$

Bármely körülmény előáll $\sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda_n P_{\psi_n}$ -ként ?

$\Longrightarrow$ $\dim H > 2$, H szep.: Nincs SZÓRÁSMENTES FIZ. KÖRÜLMÉNY

P_ψ a körülmények TISZTÁK $\quad \cancel{|\psi_n\rangle \otimes \langle \psi_n|}$

GLEASON OP $\quad W := (u) \sum_{n\in\mathbb{N}} \lambda_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$ $\quad W^+ = W \geq 0$

$P = \sum \lambda_n P_{\psi_n}$ $\quad P(P) = \mathrm{Tr}(PW)$ $\quad \mathrm{Tr}(W) = 1$

H Szep. $\dim H > 2$ $\quad P \leftrightarrow W_P$

H06

$\psi \rightsquigarrow P_\psi \qquad P_\psi(\underline{P}) = \langle \psi | \psi \rangle \langle \psi | \psi \rangle$

$\underline{P} = |\psi\rangle\langle\psi| \qquad |\psi\rangle\langle\psi| \big] = \langle \psi | \psi \rangle \langle \psi | \psi \rangle = P_\psi(|\psi\rangle\langle\psi|)$

$P \in \mathcal{P}_r(\mathcal{H})$

$|\psi\rangle\langle\psi| \in \mathcal{P}_r(\mathcal{H})$

Egyszerre lehetetlen: $|\psi\rangle\langle\psi| \wedge P = 0$

Nem zárják ki egymást $|\psi\rangle\langle\psi| \not\leq \underline{P}^\perp$

$P_\psi \neq \psi$

$P_\psi \neq 0$

$P_\psi(\underline{P}) = \langle \psi | \underline{P} \psi \rangle = \|P\psi\|^2 \neq 0$

$W = \sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n|$

$$\mathcal{P}_r(\mathcal{H}) \xleftarrow{\ \underline{P}\ } \mathcal{B}(V)$$

$P_W \downarrow \qquad [0;1] \xleftarrow{P_W \circ \underline{P} = \mu} $

Ran P

$$E \longmapsto \mathrm{Tr}(\underline{P}(E)W) = \sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda_n \underbrace{\langle \psi_n | \underline{P}(E) \psi_n \rangle}_{\mu_n} = \sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda_n \mu_n$$

$\mu_n = \mu^{\underline{P}}_{\psi_n \psi_n}$

$V := \mathbb{R}$

$$\eta^{(m)}_W(A) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{id}^m_{\mathbb{R}} \, d\left(\sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda_n \mu_n\right) \underset{\substack{\uparrow \\ \lambda_n = 0 \ n > N}}{=} \sum_{n=1}^{N} \lambda_n \langle \psi_n | A^m \psi_n \rangle = \mathrm{Tr}(A^m W)$$

$$\boxed{\sigma_W(A) =: \sqrt{\mathrm{Tr}(A^2 W) - \mathrm{Tr}(AW)^2}}$$

A korlátos

$$\overset{?}{=} \sum_{n \in \mathbb{N}} \lambda_n \langle \psi_n | A^m \psi_n \rangle = \mathrm{Tr}(A^m W) = \mathrm{Tr}(W A^m)$$

HEISENBERG HATÁROZATLANSÁG

A, B, C önadj. op

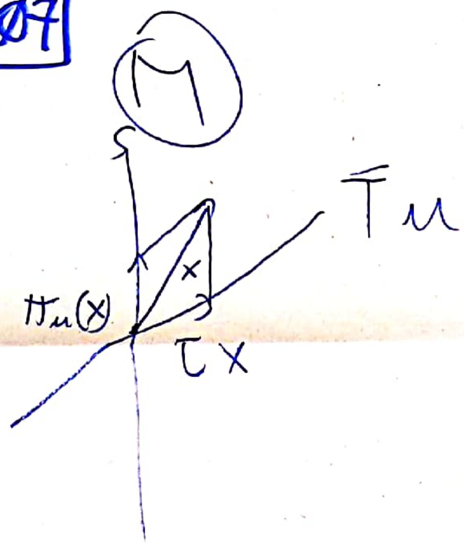
i) $\mathcal{D} \subseteq D(A) \cap D(B) \cap D(C)$ mindenütt sűrű, INVARIÁNS ($A\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}$, $B\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}$, $C\mathcal{D} \subseteq \mathcal{D}$)

ii) $(AB - BA)\psi = iC\psi \quad \forall \psi \in \mathcal{D}$

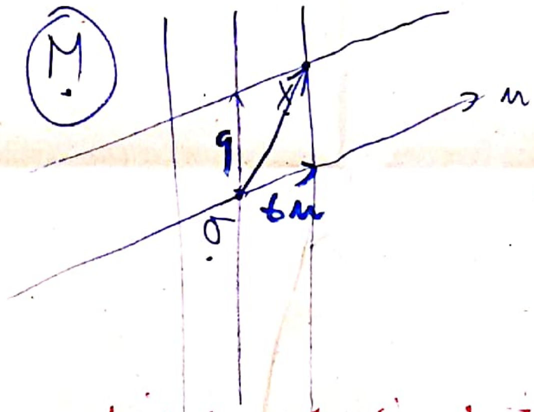
iii) W tetsz. ha A, B, C KORLÁTOS $\quad \psi_n \in \mathcal{D}$
Véges Rangú Kül.

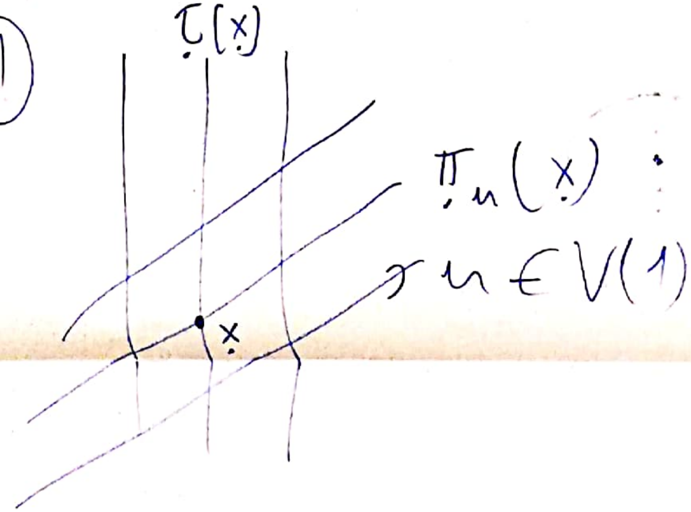
$$\sigma_W(A)\,\sigma_W(B) \geq \frac{1}{2} |\eta_W(C)|$$

H07



$\xi_u : (\tau, \pi_u) : M \to T \times S :$





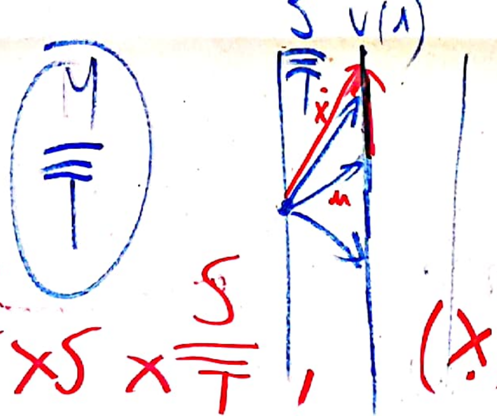
(u, o) KEZDŐPONTOS MEGF. $\xi_{u,o} : M \to T \times S_u$,

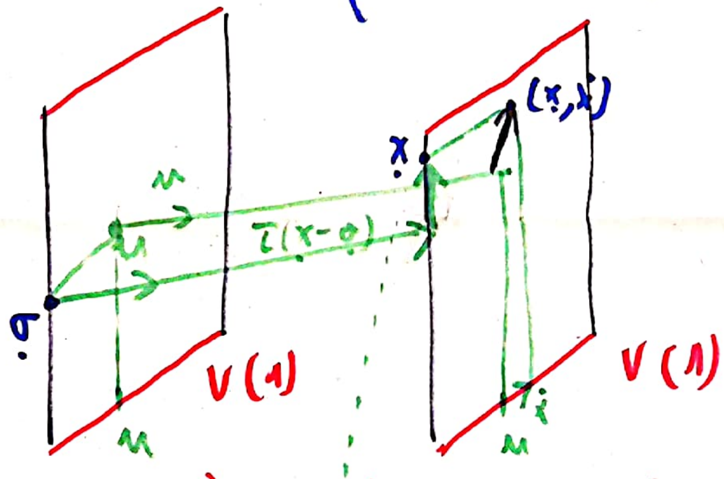
$x \mapsto (\tau(x-o), \pi_u(x-o))$

AFFIN BIJ., INV.:

$(t, q) \mapsto o + tu + q$

$\boxed{M \times V(1)}$





$M \times V(1) \to T \times S \times \frac{S}{T}$, $(x, \dot{x}) \mapsto \left(\tau(x-o), \pi_u(x-o), \underbrace{\dot{x}-u}_{\pi_u \dot{x}}\right)$

H08

KOV. MEZŐ: $K : \underset{\cdot}{M} \longmapsto M^*$ $K \underset{u}{\prec} (-V_u, A)$

η_u $V_u = -Ku$

TELJES SZÉTHAS.:

RÉSZLEGES $A = i^* K = Ki = K|$

$(\hat{V}_u, \hat{A}_u) : T \times S \to T^* \times S^*$, $(t, q) \mapsto (V_u, A)(\underset{\cdot}{o} + tu + q)$

$\nabla \phi = 0$: TÉRSZERŰEN HOMOGÉN

$D_u \phi = 0$: u-SZTATIKUS

$\phi : \underset{\cdot}{M} \longmapsto \underset{\cdot}{V}$ ← VÉGES DIM. AFFIN TÉR, $D\phi[\underset{\cdot}{x}] : M \to V$, LIN.

D_M $\underset{\cdot}{x} \in \underset{\cdot}{M}$

$\phi(\underset{\cdot}{y}) - \phi(\underset{\cdot}{x}) = D\phi[\underset{\cdot}{x}](\underset{\cdot}{y} - \underset{\cdot}{x}) + \text{ordo}(\underset{\cdot}{y} - \underset{\cdot}{x})$ $D\phi[\underset{\cdot}{x}] \in V \otimes M^*$

$D\phi[\underset{\cdot}{x}]$ SZÉTHAS.: $(D_u \phi[\underset{\cdot}{x}], \nabla \phi[\underset{\cdot}{x}]) := (D\phi[\underset{\cdot}{x}]u, i^* D\phi[\underset{\cdot}{x}])$

$T \to V$, $t \mapsto \phi(\underset{\cdot}{x} + tu)$ DERIV. t SZERINTI $t = 0$-BAN

$S \to V$, $q \mapsto \phi(\underset{\cdot}{x} + q)$ DERIV. $q = 0$

H09) $\mathbb{L}, \mathbb{T}, M$ $\qquad h \in M \otimes \frac{\mathbb{L}\otimes\mathbb{L}}{\mathbb{T}}$ $\qquad M = \frac{\mathbb{T}}{\mathbb{L}\otimes\mathbb{L}}$

$c \in \frac{\mathbb{L}}{\mathbb{T}}$ $\qquad \mathbb{L} \equiv \mathbb{T}$ $\qquad h = 1''$

1 TÖMEGPONT $\qquad$ ABSZ. FEJL. TERE: $\mathcal{E} \equiv M \times V(1)$

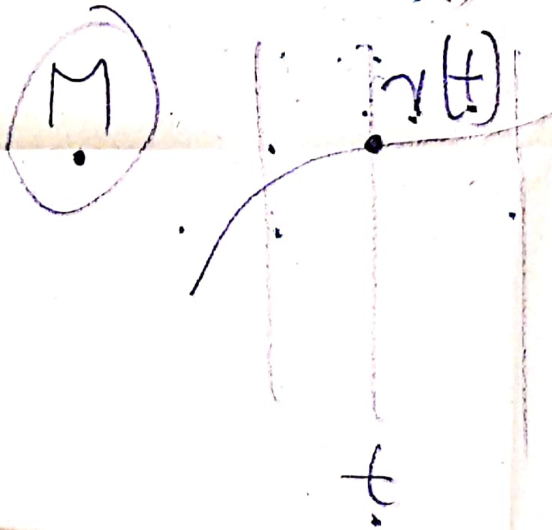
(EVOLUTION SPACE)

$(x, \dot{x}) \in M \times V(1)$

$m \in \left(\frac{\mathbb{T}}{\mathbb{L}\otimes\mathbb{L}}\right)^{+}$

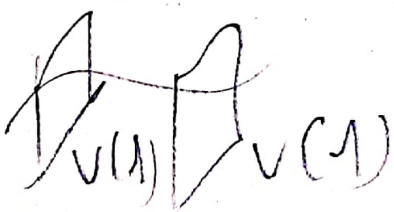
r VIL.VON.FV.: $\mathbb{T} : t \mapsto r(t)$,

$r : \mathbb{T} \to M$ $\qquad \tau(r(t)) = t$

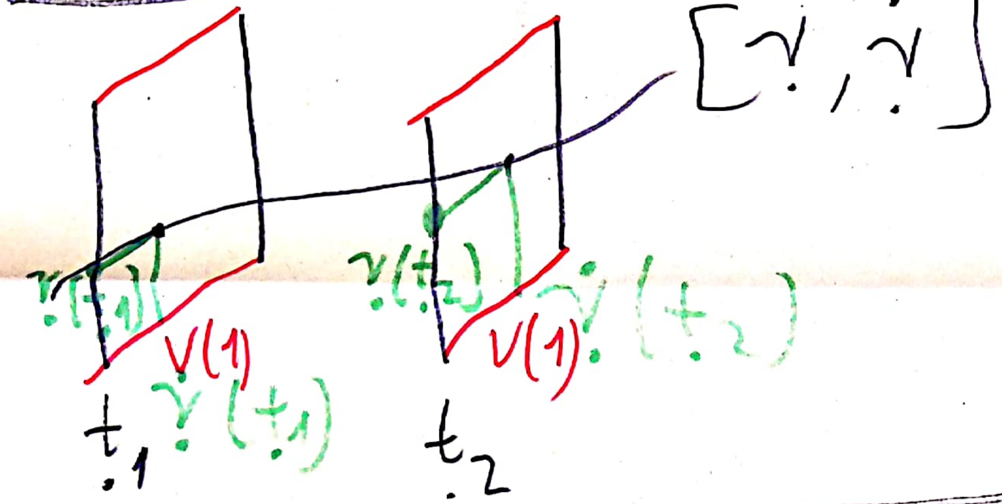


$[r]$

$[r, \dot{r}]$ GÖRBE $M \times V(1)$



H10)



EGY ELKÉPZELHETŐ FOLYAMAT

$T \to M \times V(1)$,

$t \mapsto (\gamma(t), \dot\gamma(t))$,

$\tau(\gamma(t)) = t$

$t_0 = \tau(x_0)$

EDDIG: OBJ.

VISZONY:

$$f : M \times V(1) \to \frac{S^*}{T} \equiv \frac{S}{T \otimes L \otimes L}$$

ERŐMEZŐ

H10 $(x_0, u_0) \in \mathrm{Dom}(f)$ EGYETLEN $[\gamma, \dot\gamma]$ VAN

$\gamma(t_0) = x_0$, $\dot\gamma(t_0) = u_0$

(MEGENG.) FOLY.-OK: $m\ddot\gamma(t) = f(\gamma(t), \dot\gamma(t))$

ABSZ. NEWTON-EGY.

H 11) RELATÍV NEWTON-EGYENLET:

$(u, \underset{\cdot}{o})$ - MEGF. $f_{u,\underset{\cdot}{o}} : \overline{T} \times S \times \frac{S}{\overline{T}} \mapsto \frac{S^*}{\overline{T} \otimes \overline{T}}$,

$r : \overline{T} \to S$, $(t, q, \dot{q}) \mapsto f(\underset{\cdot}{o} + ut + q, u + \dot{q})$

REL. N.-EGY.: $m \ddot{r}(t) = f_{u,\underset{\cdot}{o}}(t, r(t), \dot{r}(t))$

$[r, \dot{r}] \dashrightarrow [\hat{r}, \hat{\dot{r}}]$

POT. ERŐTÉRMEZŐ: $\exists K : M \mapsto M^*$ KOV. MEZŐ

$V_u = -K u$, $A = i^* K \Rightarrow K = -V_u \tau + A \Pi_u$

$f(x, \dot{x}) = i^* F(x) \dot{x}$, AHOL $F = D \wedge K = (DK)^* - DK$

H12) $F \underset{u}{\prec} \begin{pmatrix} 0 & -E_u \\ E_u & B \end{pmatrix}$, AHOL $E_u = i^* F u = -\nabla V_u - D_u A$

EZZEL

$$\varrho(x,\dot x) = E_u(x) + \underbrace{B(x)\, v_{\dot x u}}_{v_{\dot x u} \times \hat B(x)}$$

$B = i^* F i = \nabla \wedge A = (\nabla \wedge A)^* - \nabla A$

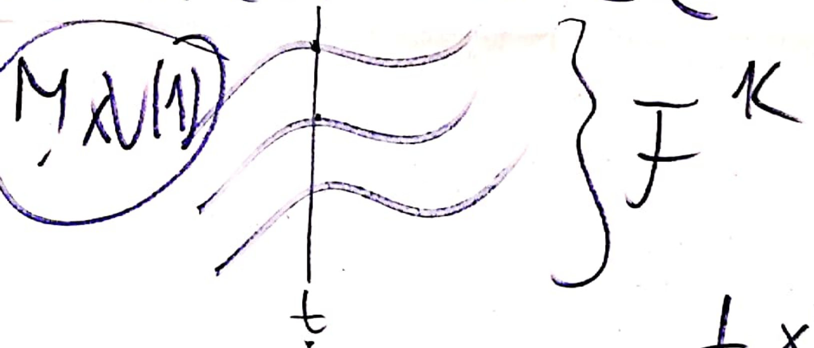
$F = \dots K$

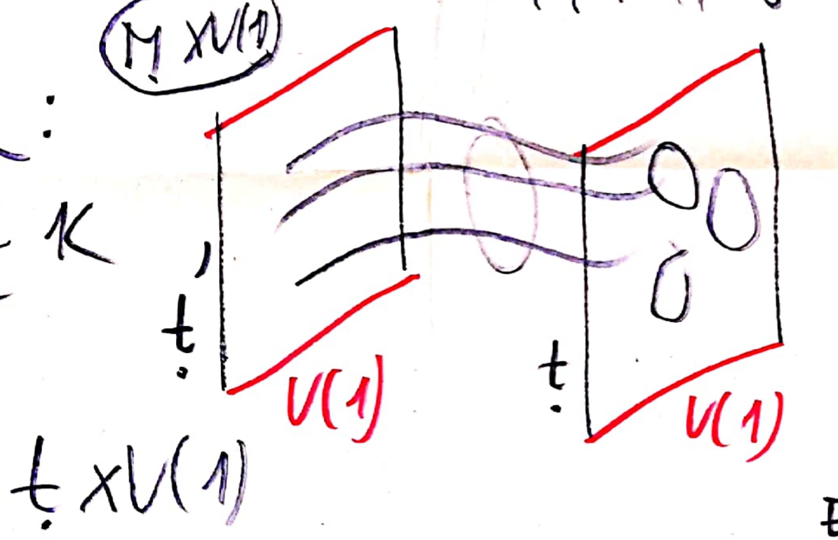
$\Downarrow$ $D \wedge F = 0$

$\Rightarrow \nabla \wedge E_u + D_u B = 0$, $\nabla \wedge B = 0$

$M, K =: K$ 6-DIM. DIFFH. SOKASÁG

ABSZ. FOLY. TÉR:





BOREL-HALMAZAI A RENDSZER ESEMÉNYEI

ELEMI ES.

$K^K_{\underline{t}} : \mathcal{F}^K \to \underline{t} \times V(1)$, $[\gamma, \dot\gamma] \mapsto (\gamma(t), \dot\gamma(t))$

DIFFEOM. PILLANATFELVÉTEL-KÉSZÍTŐ

$K^K_{\underline{t},\underline{t}'} := K^K_{\underline{t}} \circ (K^K_{\underline{t}'})^{-1} : \underline{t}' \times V(1) \to \underline{t} \times V(1)$

ABSZ. N.-EGY., ... $\to$ REL. (M, σ)

$\hat{\mathcal{F}}^K$, $\mathcal{F}^K \to \hat{\mathcal{F}}^K$, $[\gamma, \dot\gamma] \mapsto [\hat\gamma, \hat{\dot\gamma}]$

DIFFEOM., $\hat{K}^K_{\underline{t},\underline{t}'}$ ...

HAMILTON-FÉLE FOLY.-LEÍRÁS:

$\{\underline{t}\} \times S \times \underset{\mp}{S} \to$

$\{\underline{t}\} \times S \times \overset{S}{\mp}$

H14)

$$T \times S \times \frac{S}{T} \to T \times \underbrace{S \times S^*}_{\text{FAZISTER}},$$

$F^\gamma \leftarrow$ FAZISTER

$$(t,q,\dot q) \longmapsto \left(t, q, m\dot q + \hat A(t,q)\right) =: (t,q,p)$$

INVERZE: $(t,q,p) \longmapsto \left(t, q, \frac{p - \hat A(t,q)}{m}\right)$ $\boxed{K^\gamma_{t,t'}}$

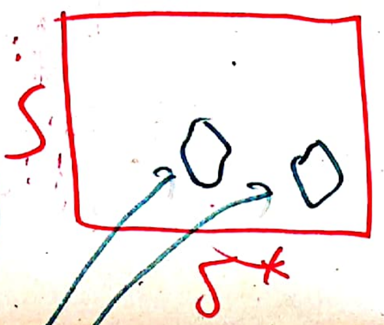
$\gamma(t), \dots$

$q(t) := \gamma(t)$, $p(t) := m\dot\gamma(t) + \hat A(t,q)$ $t \mapsto (q(t), p(t))$

$$H_t(q,p) := \frac{|p - \hat A(t,q)|^2}{2m} + \hat V_u(t,q) \text{ : HAMILTON-FV}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{\partial H_t(q,p)}{\partial p}, & \dfrac{dp}{dt} = -\dfrac{\partial H_t(q,p)}{\partial q} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$



„A TÖMEGPONT FÁZISTERE"

A RENDSZERÉ

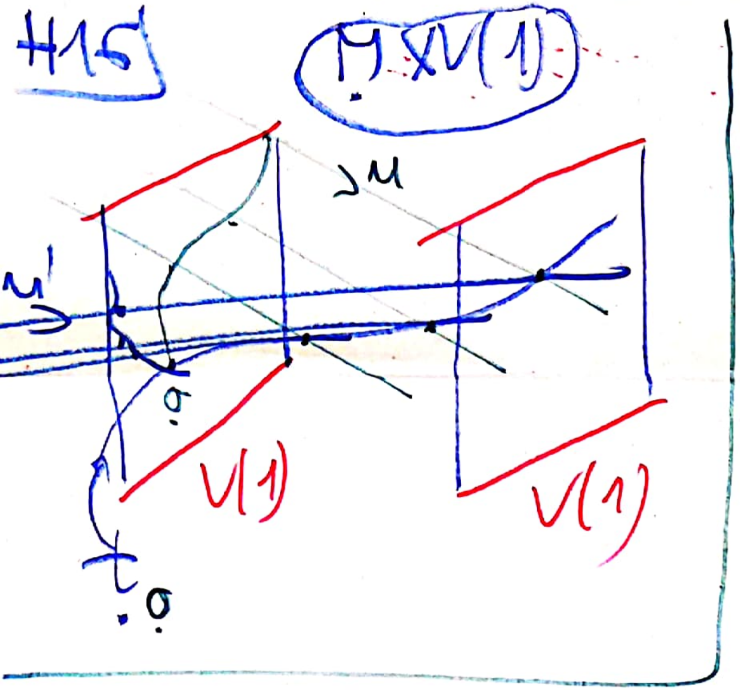
A FOLYAMATTERET KIIKTATJÁK

AZ ESEMÉNYEK LESZEPARÁLÓDNAK A RENDSZERRŐL

$$\big(q(t), p(t)\big) = K^{\gamma}_{t,t'}\big(q(t'), p(t')\big) \Rightarrow$$ „AZ ESEMÉNYEK IDŐFEJLŐDÉSE"

TEHÁT A FEJL. SZEREPÉT IS $S \times S^*$ JÁTSSZA, ÉS MINDEN PILL. ES-TÉ[R] SZEREPÉT IS

#15



FIZ. MENNYISÉGEK:

$f: S \to V$

$f^{-1}: B(S) \leftarrow B(V)$

ABSZ. FOLY.-TEREN ÉRT. VALÓSZ. VÁLTOZÓK

PS-MENNYI-SÉGEK (PROCESS SPACE)

ES-MENNYISÉ-GEKBŐL SZÁR-MAZNAK, AHOL ES: (EVOLU-TION SPACE)

#17) $M \times V(1) \ni (x, \dot{x})$

$\Pi_u \dot{x} =: v_{xu} = \dot{x} - u$ u-SEBESSÉG

$\Pi_u (m \dot{x}) = m v_{xu}$ u-LENDÜLET / IMPULZUS

$m v_{xu} + A(x)$ KANONIKUS u-IMPULZUS

$\Pi_u (x - \sigma)$ (u, σ) - HELYZET (, HELYVEKTOR)

$\Pi_u (x - \sigma) \wedge \Pi_u (m \dot{x})$ (u, σ) - PERDÜLET / IMP. MOM.

$\Pi_u (x - \sigma) - (\tau(x - \sigma))(\dot{x} - u)$ (u, σ) - DEVIÁCIÓ

$\frac{1}{2} m |v_{xu}|^2$ u - MOZG. EN.

$\frac{1}{2} m |v_{xu}|^2 + V_u(x)$ u - ENERGIA

418) $\overset{M\times V(1)}{\mathcal{E}\tilde{S}}$ – MENNYISÉGEK VOLTAK $\leftarrow F$

t PILL. ESEMÉNYTÉREN $F\big|_{t\times V(1)}$ ... t – BELI

Ő MÉG

FOLY. – TÓL

FLEN

$F\big|_{t}$ ets – MENNYISÉG (EVENT SPACE)

F^{K}_{t} A FOLY. – TÉREN ÉRTELMEZETT

$F^{K}_{t} := F\big|_{t} \circ K^{K}_{t}$ t – BELI ps – MENNYISÉG,

MELYRE $F^{K}_{t}[r, \dot{r}] = F(r(t), \dot{r}(t))$

FOLYAMATÁLLANDÓ, HA $\{F^{K}_{t} \mid t \in T\}$ EGYELEMŰ HALMAZ

H19)

- EGY ÉS–MENNY.–NEK NINCS VALÓSZ(ÉSH)
- EGY t–BELI ÉTS–MENNYISÉG ÉRTELME VAL. VÁLTOZÓ A t–BELI ÉS.–TÉREN
- EGY t–BELI PS–MENNY. VAL. VÁLTOZÓ A FOLY.–TÉREN (KÜL. t–KRE KÜL. $\forall t$–RE UGYANOTT)

$M \times V(M)$ $\quad (t, q, \dot q) \mapsto q, \dot q, m\dot q, m\dot q + \hat A(t,q), q \wedge m\dot q,$
$q - t\dot q, \frac{m|\dot q|^2}{2}, \frac{m|\dot q|^2}{2} + V_m(t,q) \Big| \hat F_t$ t–BELI REL. ÉTS–MENNY.

t–BELI REL. PS–MENNYISÉG

- $\{t\} \times S \times \frac{S}{T}$
- $T \times S \times \frac{S}{T}$

420) HAM-2FÉLE MENNY: $(q, p) \mapsto \ldots$

$S \times S^*$ MEZŐE T-T IS

ITT NINCSENEK e_s-MENNY.

$$F_t(q,p) := F\left(t, (q, \frac{p - \hat{A}(t,q)}{m})\right)$$ $e_{t,s}$-MENNY. t-BELI

$F_{t,o}^{g} := E_{t} \circ K_{t,o}^{g}$ t-BELI p_s-MENNY.

HAM ELTÜNTETI AZ e_s M-EKET

KIJKT. A p_s-MENNY-EIKET

CSAK t-BELI $e_{t,s}$-EK $S \times S^*$-N MINT PILL.ES-TÉREN

HZ 1)

$Q(q,p) := q \quad , \quad P(q,p) := p$: t NEM LÁTNIK, DE t-BELI ets-EK

es-KÖRÜLMÉNY NINCS

ps-KÖR VAN ← ABSZ. FOLY.-TÉREN VAN

„VAN ÁTJÁRÁS"

$\forall p$ ps-KÖR.-HEZ ÉS t-HEZ VAN MÉRTÉKEK

t-BELI ets $\quad p_t^K := p \circ K_t^{K^{-1}}$ $\quad [q,\dot q]$ -NEK MEGFELEL

$p_t^K = p_{t'}^K \circ K_{t,t'}^{K^{-1}}$ $\quad \delta_{[q,\dot q]}$ DIRAC-MÉRTÉK

EGY F os VÁRHATÓ ÉRTÉKE t-BEN A p ps-KÖR.-BEN $\int F_t^K \, dp$ = $\int F|_t \, dp_t^K$ SCHR.-KÉP

HEIS.-KÉP

H22)

HAM: $p_t^\gamma = p_{t'}^\gamma \circ K_{t,t'}^\gamma$: IDŐFEJL.-E
Ő KÖR.-NEK

VÁRH. ÉRTÉK: PL. Q

$$\int Q\, dp_t^\gamma = \int Q\, d\left(p_0^\gamma \circ \hat{K}_{t,0}^\gamma\right) = \int \left(Q \circ K_{t,0}^\gamma\right) dp_0^\gamma$$

SCHR.-KÉP

HEIS.-KÉP

ELSŐDLEGESEBB HAM-BAN

H23

$$q_k p_j - \cancel{q_j p_k} \neq -\frac{\hbar}{i}\delta_{jk} I \qquad A_1 = 1 \qquad p - K = p_{vol}$$

$$p_j q_k$$

$$\subset$$

$$\xi_{u,v} : M \to T \times S \qquad \hat{\phi}(t, q) \qquad \nabla \cdot \nabla \qquad p \cdot p$$

$$\partial_0 \hat{\phi} = -i\left(\frac{-\Delta}{2m} + \hat{V}_u\right)\hat{\phi}$$

$$p^2_{v_{q}} = m^2$$

$$p \leftrightarrow -iD$$

$$p^{m,k}_u(x, \dot{x}) = \frac{-m|v_{\dot{x}u}|^2}{2}\tau + m v_{\dot{x}u} \cdot \pi_u + K(x)$$

$$\Big(\underbrace{(-iD)\cdot(-iD)}_{-\Box} - m^2\Big)\varphi = 0$$

$$p_u \cdot u = \frac{-m|v_{\dot{x}u}|^2}{2} + V_u(x)$$

$$p_u\big|_s = m v_{\dot{x}u} + A(x)$$

$$(-iD - k)\cdot(\quad)$$

H24)

$$p_u \cdot u + V_u + \frac{\|p_u - A\|^2}{2m} = 0$$

$$\left(-iD_u + V_u + \frac{(-iD-A)^2}{2m}\right)\phi = 0$$

$\phi \Lambda_M$

$u \in V(1)$

$S >$

$T \otimes L^3$

1125

$(T|a)$ $\quad f \in C^\infty$ $\quad (fT|a) := (T|fa)$

$U_t U_{t'}^{-1} : L^2(t') \to L^2(t)$

$D \wedge K = D \wedge K'$

$(\varphi \lambda_{T'}|a) = \int a \, d(\varphi \lambda_m)$

$(-iD - A)(-iD - A)$

$\wedge \quad f$

$\hat{f} \quad \varphi \cdot \lambda_m$

$K' = K + Dg$

f

(t, g)

n-Schrödinger m.k

$\varphi|_t \in L^2(t) \quad \forall t$

$\| \varphi|_t \|_{L^2(t)}$ t-től független

$\langle \psi|_t | \varphi|_t \rangle_{L^2(t)}$ állandó

$L^2 \cap L^\infty$

$t \quad t' \quad \mathcal{F}_n^{m,k}$

$U_t^{m,k} : \mathcal{F}_n^{m,k} \to L^2(t)$

#26)

$t \mapsto \hat{\phi}(t,q)$ diffható $\forall q$

$$D_u = -i\left[\frac{(-i\nabla - A)^2}{2m} + V_u\right]\phi\lambda_M$$

$\phi\lambda_M$

$q \mapsto \partial_0\hat{\phi}(t,q) \in L^2(S)$

$$\hat{\phi}(t,q) = \phi(o + tu + q) \quad H_u$$

és

$$\hat{\phi}\lambda_{T\times S}$$

A, V_u

$$\underset{\lambda_{T\times S}}{\partial_0\hat{\phi}} = \underset{\lambda_{T\times S}}{-i H_u\hat{\phi}} \qquad \bigcap_t D ~~...~~ H_{u,t} \text{ "mint"}$$

$H_{u,t}$ kompakt... $\forall t$

$$T \to \underset{L^2(S)}{\hat{\phi}(t,\cdot)} \qquad T \to L^2(S) \quad t \mapsto \underset{\psi_t}{\psi(t,\cdot)}$$

$$\frac{d\psi_t}{dt} = -iH_t\psi_t$$